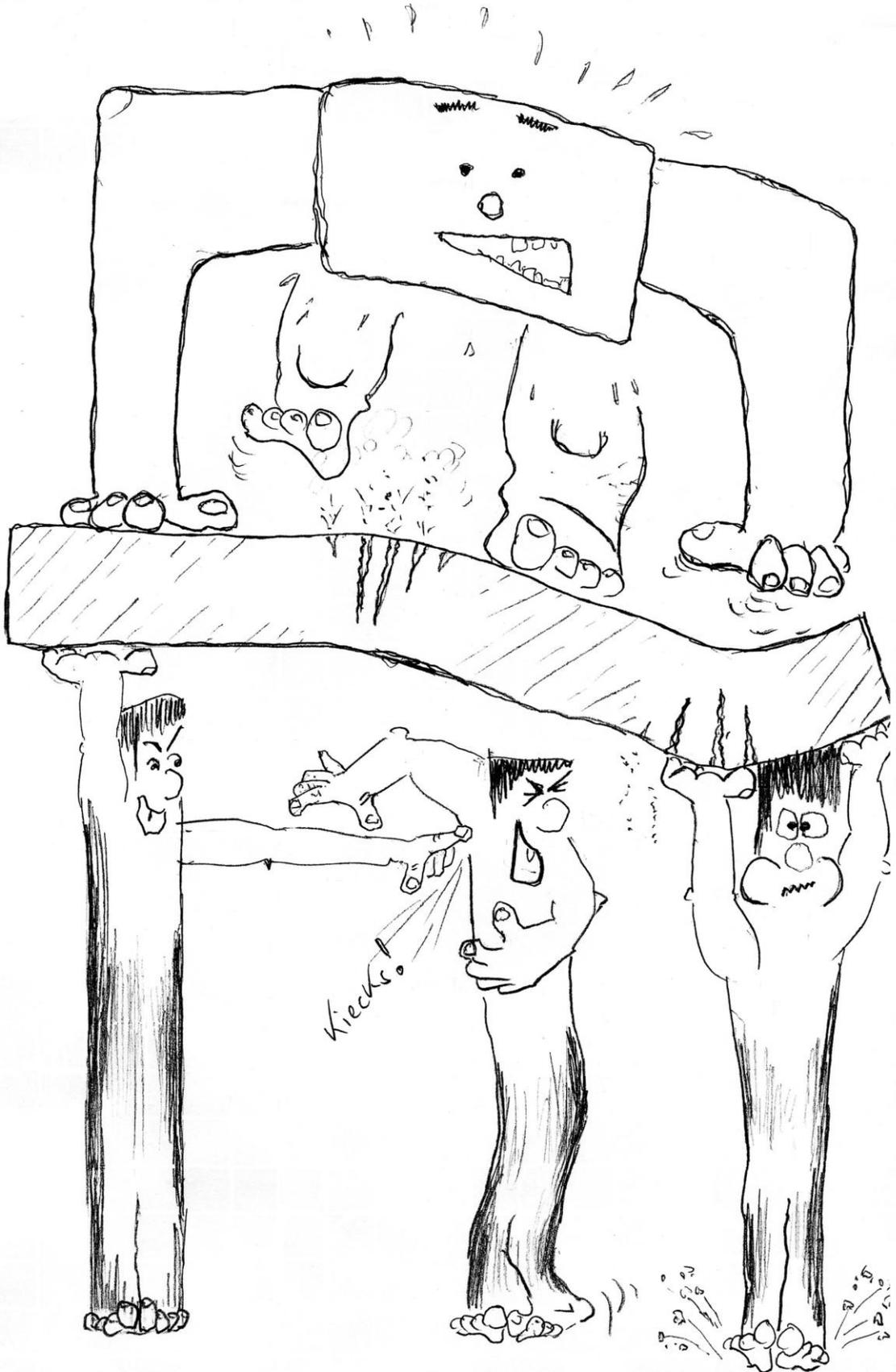


Berechnung von Pfahl-Plattengründungen mit dem Programm *ELPLA*



2017

Baugrund-Bauwerk- Pfahl - Interaktionen 44.03 / v. Sanft



Berechnung von Pfahl-Plattengründungen

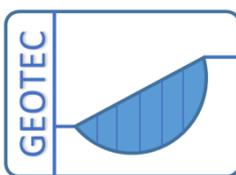
Vorwort

Heute hat fast jedes Ingenieurbüro seine eigenen Computerprogramme zur Berechnung und zum Entwurf von Pfahl-Plattengründungen. Dazu sind die meisten verfügbaren Programme unter Windows benutzerfreundlich und bieten ausgezeichnete graphische Farbdarstellungen, sodass theoretisch eine Sekretärin, nicht nur ein Ingenieur, diese verwenden kann. Aber das Problem dabei ist, wie man die Daten kontrollieren und die Ergebnisse überprüfen kann.

Der Zweck dieses Buches ist, Methoden, Gleichungen, Verfahren und Techniken zu zeigen, die bei der Formulierung der Computerberechnung von Pfahl-Plattengründungen verwendet werden. Diese Sachgebiete sind im Programm *ELPLA* codiert.

Dieses Buch zeigt viele praktische Probleme, die mit Verwendung des Programms *ELPLA* berechnet werden können. Es ist wichtig, dass der Ingenieur mit diesen Informationen vertraut ist, wenn er Computerberechnungen von Pfahl-Plattengründungen durchführt. Ein Verständnis dieser Konzepte ist von großem Nutzen beim Ausführen der Computerberechnung, zur Lösung von Schwierigkeiten und zur Entscheidung der Annehmbarkeit der Ergebnisse. Drei bekannte Baugrundmodelle zur Berechnung von Pfahlplatten (Standardmodelle) werden berücksichtigt. Die Baugrundmodelle sind Einfaches Annahme-Modell (Spannungstrapezverfahren), *Winkler-Modell* (Bettungsmodulverfahren) und Kontinuum-Modell (Steifemodulverfahren). In der Berechnung werden die Platten als elastisch oder starr behandelt. In diesem Buch wird die Finite Element-Methode verwendet, um Platten zu berechnen. In der finiten Elementberechnung wird die Platte von Plattenelementen entsprechend der zweidimensionalen Natur des Fundaments dargestellt. Die Entwicklung der finiten Elementgleichungen für Plattenelemente ist in Standardlehrbüchern dokumentiert wie bei *Schwarz* (1984) und *Zienkiewicz/ Cheung* (1970). Sie wird deshalb nicht in diesem Buch dupliziert.

Programmautoren: *M. El Gendy*
A. El Gendy



Copyright ©
GEOTEC Software Inc.
PO Box 14001 Richmond Road PO, Calgary AB, Canada T3E 7Y7
Tele.:+1(587) 332-3323
geotec@geotecsoftware.com
www.geotecsoftware.com

Analysis of Piled Rafts

Preface

Today, nearly every engineering office has its own computer programs for the analysis and design of piled rafts. Furthermore, most of the available programs under Windows are user-friendly and give very excellent output graphics with colors. Consequently, theoretically a secretary not an engineer can use them. But the problem here is how can man control the data and check the results.

The purpose of this book is to present methods, equations, procedures and techniques used in the formulation of the computer analysis of piled rafts. These items are coded in the program *ELPLA*.

This book contains many practical problems which are analyzed in details by using the program *ELPLA*. It is important for the engineer to be familiar with this information when carrying out computer analysis of piled rafts. An understanding of these concepts will be of great benefit in carrying out the computer analysis, resolving difficulties and judging the acceptability of the results. Three familiar types of subsoil models (standard models) for piled raft analyses are considered. The models are Simple Assumption Model, *Winkler's* Model and Continuum Model. In the analysis, rafts are treated as elastic or rigid. In this book the Finite Element-Method was used to analyze the raft, in which plate bending elements represent the raft according to the two-dimensional nature of foundation. The development of the finite element equations for plate elements is well documented in standard textbooks such as *Schwarz* (1984) and *Zienkiewicz/Cheung* (1970). Therefore, it is not duplicated in this book.

Abschnitt 1

Modelle zur Berechnung von Pfahl-Plattengründungen

Inhalt	Seite
1 Modelle zur Berechnung von Pfahl-Plattengründungen	1- 3
1.1 Einleitung	1- 3
1.2 Beschreibung der numerischen Berechnungsverfahren	1- 5
1.2.1 Spannungstrapezverfahren (Verfahren 1)	1- 8
1.2.2 Bettungsmodulverfahren (Verfahren 2 und 3)	1-10
1.2.3 Steifemodulverfahren (Verfahren 4 bis 9)	1-12
1.3 Testbeispiel: Überprüfung der Kräfte in den Pfählen einer Pfahlgruppe	1-14
1.3.1 Aufgabenstellung	1-14
1.3.2 Handberechnung der Pfahlkräfte	1-15
1.3.3 Pfahlkräfte, errechnet mit dem Programm <i>ELPLA</i>	1-17
1.4 Literatur	1-19

1 Modelle zur Berechnung von Pfahl-Plattengründungen

1.1 Einleitung

Die in diesem Abschnitt genannten und beschriebenen, in der grundbaulichen Berechnungspraxis gebräuchlichen Verfahren zur elektronischen Berechnung werden in der Reihenfolge der geschichtlichen Entwicklung erläutert.

Tiefgründungen sind Fundamente mit Pfählen von Bauwerken, die statisch durchgehend zwischen den Stützen verlaufen, sodass sie oft erhebliche Biegemomente und Querkräfte aufnehmen müssen. Sie kommen in der Baupraxis häufig vor bei nachgiebigem und ungleichem Baugrund oder großen Auflasten.

Es gibt drei Standardbaugrundmodelle für die Berechnung von Gründungsplatten und Pfahl-Plattengründungen, die in der angegebenen Reihenfolge entwickelt wurden.

- A Einfache Annahme-Modell (Spannungstrapezverfahren)
- B *Winkler*-Modell (Bettungsmodulverfahren)
- C Kontinuum-Modell (Steifemodulverfahren)

Beim Modell A wird keine Interaktion zwischen der Platte oder den Pfählen und dem Boden berücksichtigt. Das Modell nimmt eine lineare Sohldruckverteilung unter der Platte an. Das *Winkler*-Modell B ist das einfachste und älteste, das die Interaktion zwischen der Platte, den Pfählen und dem Boden berücksichtigt. Das Modell stellt den Boden oder die Pfähle als elastische Federn dar. Das Kontinuum-Modell C ist kompliziert. Es berücksichtigt auch die Wechselwirkung zwischen der Platte, den Pfählen und dem Boden. Es stellt den Boden als ein geschichtetes Kontinuum-Medium oder isotropes elastisches Halbraummedium dar.

Obwohl das Kontinuum-Modell C eine sehr gute Methode zur Erfassung der Baugrundverhältnisse bereitstellt, konnte es früher aufgrund seiner mathematischen Schwierigkeiten nur selten genutzt werden. Die sinnvolle Anwendung des Verfahrens für allgemeine Baugrund- und Bauwerksverhältnisse verursacht einen relativ großen Rechenaufwand. Deshalb ist die praktische Verwendung ohne Computer nur möglich, wenn entsprechend aufbereitete Tafel- oder Tabellenwerke zur Verfügung stehen. Diese Tabellen sind aber auf ebene Probleme begrenzt.

Um unabhängig von Tabellen praxisnahe Eingangswerte über den Baugrund und das Bauwerk berücksichtigen zu können, wurde zunächst eine allgemeine, für Computer geeignete mathematische Lösung entwickelt, die auf einem Finite Element-Modell für die Sohlplatte basiert. Damit können Gründungsplatten oder Pfahl-Plattengründungen mit den der Wirklichkeit am nächsten kommenden Baugrundmodellen dargestellt werden. Mit dem für diese Zwecke für die Praxis entwickelten Computerprogramm *ELPLA* kann man mit den weitgehend gleichen Ausgangsdaten verschiedene Typen von Baugrundmodellen anwenden. Es ist auch möglich, beim dreidimensionalen Kontinuum-Modell unregelmäßige Schichtenverläufe zu berücksichtigen.

Es können auch nach dem Bettungs- und Steifemodulverfahren Bauwerke berechnet werden, die auf ungleichmäßig geschichtetem Baugrund aufliegen und von Element zu Element unterschiedliche Gründungstiefe und Plattendicke haben. Mit dem Programm lassen sich auch verschiedene Nebeneinflüsse wie Grundwasserdruck und Außensetzung berechnen. Auch ist es möglich, mehrere Lastfälle zu überlagern und bei nicht ständigen Lasten Maxima und Minima zu erfassen.

Im vorliegenden Buch werden die drei Standardmodelle mit Verwendung von 9 verschiedenen numerischen Verfahren beschrieben.

1.2 Beschreibung der numerischen Berechnungsverfahren

Entsprechend den drei Standardbaugrundmodellen (Einfache Annahme-Modell, *Winkler*-Modell, Kontinuum-Modell) werden 9 verschiedene numerische Verfahren zur Berechnung von Pfahl-Plattengründungen und Pfahlgruppen berücksichtigt, wie in Bild 1-1 und Tabelle 1-1 gezeigt.

Tabelle 1-1 Numerische Berechnungsverfahren

Verfahren Nr.	Verfahren
1	Spannungstrapezverfahren (Einfache Annahme-Modell)
2	Bettungsmodulverfahren mit konstantem Bettungsmodul (<i>Winkler</i> -Modell)
3	Bettungsmodulverfahren mit von Knoten zu Knoten unterschiedlichen Bettungsmoduli (<i>Winkler</i> -Modell)
4	Bettungsmodulverfahren mit von Knoten zu Knoten unterschiedlichen Bettungsmoduli mit iterativer Verbesserung (elastische Schichten - <i>Winkler</i> -Modell oder Kontinuum-Modell)
5	Halbraumverfahren für den isotropen Halbraum Baugrund (Lösung des Gleichungssystems mit Elimination) (Isotroper Halbraum - Kontinuum-Modell)
6	Steifemodulverfahren für den beliebig geschichteten Baugrund (Lösung des Gleichungssystems mit Iteration nach <i>El Gendy</i> (1994)) (elastische Schichten - Kontinuum-Modell)
7	Steifemodulverfahren für den beliebig geschichteten Baugrund (Lösung des Gleichungssystems mit Elimination) (elastische Schichten - Kontinuum-Modell)
8	Steifemodulverfahren für die starre Pfahl-Plattengründung auf dem beliebig geschichteten Baugrund (elastische Schichten - Kontinuum-Modell)
9	Steifemodulverfahren für die starre Pfahlgruppen auf dem beliebig geschichteten Baugrund (elastische Schichten - Kontinuum-Modell)

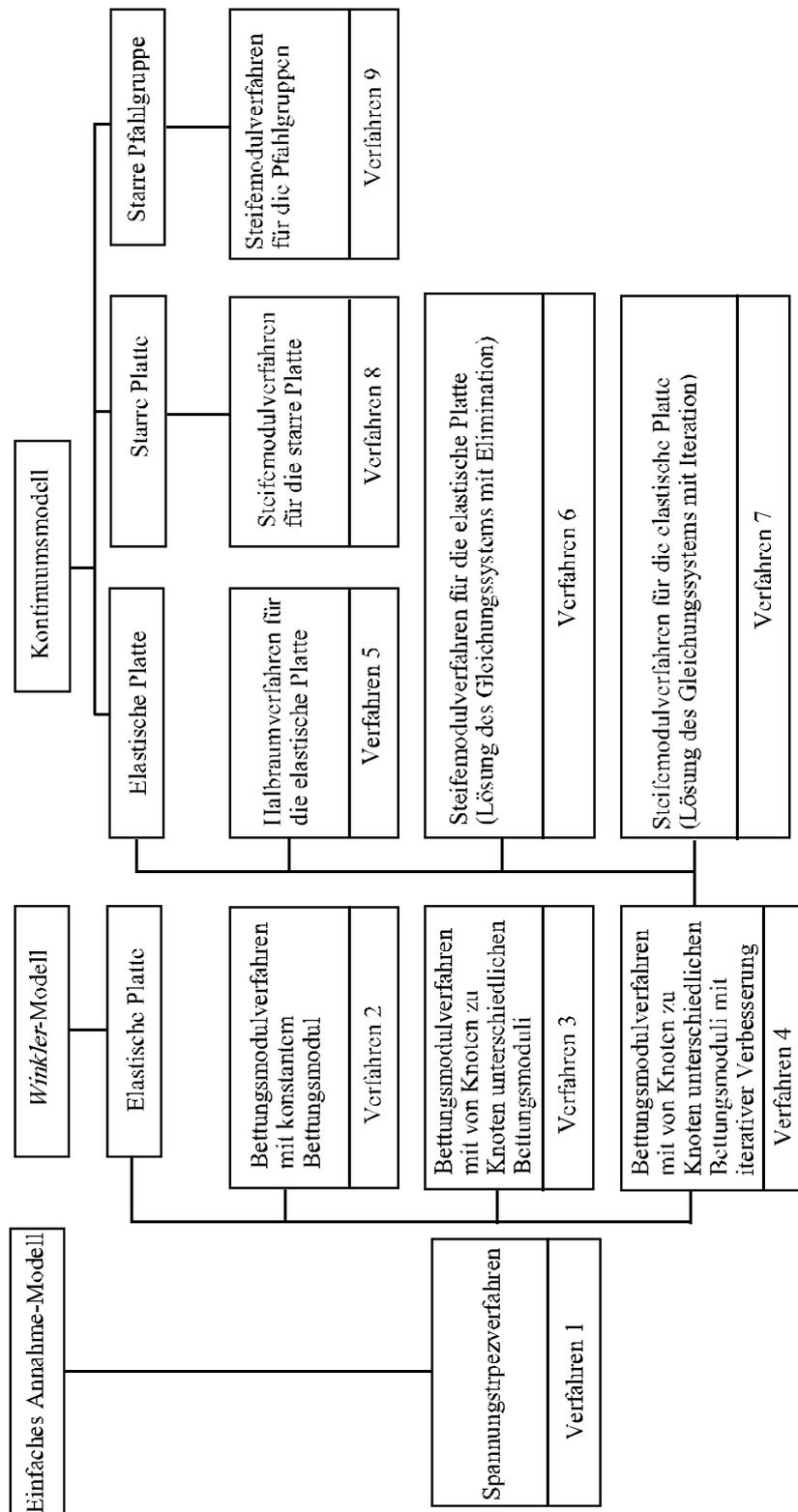


Bild 1-1 Berechnungsmodelle für Pfahl-Plattengründungen im Programm *ELPLA* (Verfahren 1-9)

Heute ist die Finite Element-Methode das leistungsfähigste Verfahren, das zur Lösung von vielen komplexen Problemen verfügbar ist. Sie kann fast für alle Ingenieurprobleme besonders bei den Berechnungsproblemen für die Statik angewendet werden. In diesem Buch wird die Finite Element-Methode verwendet, um die Platte für alle numerischen Berechnungsverfahren zu berechnen, außer dem Steifemodulverfahren für starre Pfahl-Plattengründungen auf dem beliebig geschichteten Baugrund (Verfahren 8), die die Elastizitätsregeln nicht befolgen. In der Finiten Element-Berechnung wird die Platte aus rechteckigen oder dreieckigen Plattenelementen entsprechend der zweidimensionalen Natur des Fundaments dargestellt. Jeder Knoten der Plattenelemente hat drei Freiheitsgrade, senkrechte Verschiebung w und zwei Verdrehungen θ_x und θ_y über die x - und y -Achse. Die Entwicklung der finiten Elementgleichungen ist gut in Standardlehrbüchern dokumentiert. Zur weiteren Information kann der Leser z.B. von *Zienkiewicz/Cheng* (1970) oder *Schwarz* (1984) verfasste Abhandlungen über die Entwicklung von finiten Elementgleichungen lesen.

Um die Gleichungen der numerischen Berechnungsverfahren zu formulieren, ist die Pfahl-Plattengründung, die beliebige Grundform haben kann, in finite Elemente unterteilt. Diese sind an einer diskreten, finiten Anzahl von Knotenpunkten miteinander verbunden. Kompatibilität zwischen der Pfahl-Plattengründung und dem Bodenmedium in senkrechter Richtung wird für alle Verfahren außer dem Spannungstrapezverfahren (Verfahren 1) berücksichtigt. Die Grundformulierung der Gleichgewichtsgleichung für die Pfahl-Plattengründung kann in allgemeiner Form durch die folgende Gl. (1.1) beschrieben werden:

$$[k_p] \{\delta\} = \{F\} \quad (1.1)$$

In Gl. (1.1) enthält der Vektor $\{F\}$ der Kräfte die Wirkung und Rückwirkung auf die Pfahl-Plattengründung. $\{\delta\}$ ist der Verformungsvektor und $[k_p]$ die Steifigkeitsmatrix für die Platte und die Pfähle.

Im Prinzip sind für alle Berechnungsverfahren die Wirkungskräfte bekannt und gleichen den angreifenden Lasten und Momenten, die von oben auf die Pfahl-Plattengründung drücken. Die Rückwirkungskräfte sind unbekannt und gleichen den Kontaktkräften (Sohldrücken), die von unten auf die Pfahl-Plattengründung einwirken. Die Sohldrücke werden entsprechend jedem Baugrundmodul benötigt.

Entsprechend den drei Standardbaugrundmodellen (Einfache Annahme-Modell, *Winkler*-Modell, Kontinuum-Modell) werden 9 numerische Verfahren verwendet, um die Sohldrücke oder Pfahllasten zu finden und damit die Pfahl-Plattengründung zu berechnen. Die nächsten Seiten beschreiben die Wechselwirkung zwischen der Pfahl-Plattengründung und dem Baugrund bei diesen Verfahren.

1.2.1 Spannungstrapezverfahren (Verfahren 1)

Das Spannungstrapezverfahren stellt die ursprünglichste und älteste Berechnungsmethode zur Ermittlung der Pfahllasten dar. Es erfolgt eine einfache Annahme der Pfahllasten. Die Pfahllast wird unabhängig vom Baugrund linear auf der Unterseite des Fundaments angenommen (Bild 1-2). Dabei bleiben Formänderungsbedingungen unbeachtet. Die Gleichgewichtsbedingungen werden erfüllt, indem die Vertikalkomponente N , die Resultierende aus der Auflast und die Resultierende des Pfahllastkörpers in der gleichen Wirkungslinie liegen und entgegengesetzt gleich groß sind.

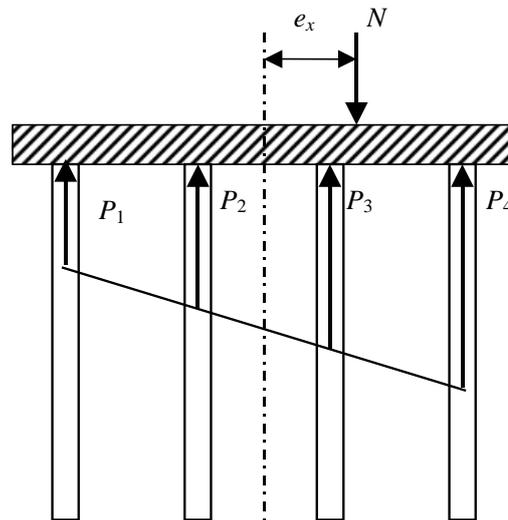


Bild 1-2 Pfahllastverteilung für das Spannungstrapezverfahren

Im allgemeinen Fall von vertikalen Pfählen unter einer Pfahlplatte mit M_x und M_y , die lineare Sohlkräfte bilden, wird die Kraft in jedem Pfahl analog zur *Navierschen* Lösung wie folgt angesetzt:

$$P_i = \frac{N}{n} + \frac{M_y I_x - M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x_i + \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y_i \quad (1.2)$$

Hierin bedeuten $I_x = \sum_1^n y_i^2$, $I_y = \sum_1^n x_i^2$ und $I_{xy} = \sum_1^n x_i y_i$

wobei:

- P_i Kraft im Pfahl i [kN]
- N Lotrechte Komponente der Resultierenden aus den Lasten auf der Pfahlplatte [kN]
- x_i Koordinate des Pfahles i von der Schwerpunktschwerachse x [m]
- y_i Koordinate des Pfahles i von der Schwerpunktschwerachse y [m]
- M_x Moment von N um die x -Achse, $M_x = N e_y$ [kN.m]
- M_y Moment von N um die y -Achse, $M_y = N e_x$ [kN.m]
- e_x Exzentrizität gemessen von der Schwerpunktschwerachse x [m]
- e_y Exzentrizität gemessen von der Schwerpunktschwerachse y [m]
- n Anzahl der Pfähle unter der Pfahlplatte [-]

Falls die x - und die y -Achse Hauptachsen der Fundamentfläche sind, ist das Zentrifugalmoment $I_{xy} = 0$. Dann vereinfacht sich die Gl. (1.2) wie folgt:

$$P_i = \frac{N}{n} + \frac{M_y}{I_y} x_i + \frac{M_x}{I_x} y_i \quad (1.3)$$

Beim Streifenpfahlplattenfundament ergibt sich die Kraft in den Pfählen aus:

$$P_i = \frac{N}{n} + \frac{M_y}{I_y} x_i \quad (1.4)$$

Greift N im Schwerpunkt der Grundrissfläche (mittig) an, so sind $M_x = 0$ und $M_y = 0$. Es errechnet sich dann eine gleichmäßig verteilte Pfahllast:

$$P_i = \frac{N}{n} \quad (1.5)$$

Damit können die Pfahlkräfte unter dem Fundament und die Schnittkräfte an den verschiedenen Netzpunkten des Fundaments berechnet werden.

1.2.1.1 Gleichungssysteme für das Spannungstrapezverfahren

Betrachtet man das gesamte Fundament, wird das Fundament unter der Wirkung der gesamten äußeren Lasten $\{F\}$ verformt, wobei:

$$\{F\} = \{P\} - \{Q\} \quad (1.6)$$

Dabei ist $\{P\}$ der Vektor der bekannten angreifenden Lasten und Momente, die von oben auf das Fundament drücken und $\{Q\}$ der Vektor der bekannten Pfahllasten, die von unten auf das Fundament einwirken. Daraus wird das Gleichgewicht des Systems mit der folgenden Matrixgleichung ausgedrückt:

$$[k_p] \{\delta\} = \{P\} - \{Q\} \quad (1.7)$$

wobei:

- $\{Q\}$ Vektor der Pfahllasten
- $\{P\}$ Lastvektor aus Lasten und Momenten
- $\{\delta\}$ Verformungsvektor
- $[k_p]$ Steifigkeitsmatrix für die Platte

1.2.1.2 Lösung des Gleichungssystems für das Spannungstrapezverfahren

Da die Steifigkeitsmatrix der Platte $[k_p]$ in der Gl. (1.7) eine diagonale Matrix ist, wird das System der linearen Gln. (1.7) mit der Bandkoeffizienten-Technik gelöst. Die unbekannt Variablen sind die Knotenverschiebungen w_i und die Knotenverdrehungen θ_{xi} und θ_{yi} um die x - und y -Achse.

1.2.2 Bettungsmodulverfahren (Verfahren 2 und 3)

Das Bettungsmodulverfahren ist die älteste Methode, die die Berechnung von Fundamenten auf elastischem Baugrund ermöglicht. Bei der Ermittlung der Sohldruckverteilung werden bestimmte Formänderungsbedingungen des Fundaments und Untergrunds berücksichtigt. Das Verfahren wurde von *Winkler* (1867) entwickelt. Es beruht auf dem idealisierten Bodenmodell des Federkissens. Die Vertikalverschiebung eines beliebigen Punktes der Bodenoberfläche ist direkt proportional zu der an dieser Stelle wirkenden Belastung. Das geschieht unabhängig von an anderen Stellen vorhandenen Belastungen. Bei der Pfahl-Plattengründung werden auch die Pfähle als Federkissen simuliert (Bild 1-3).

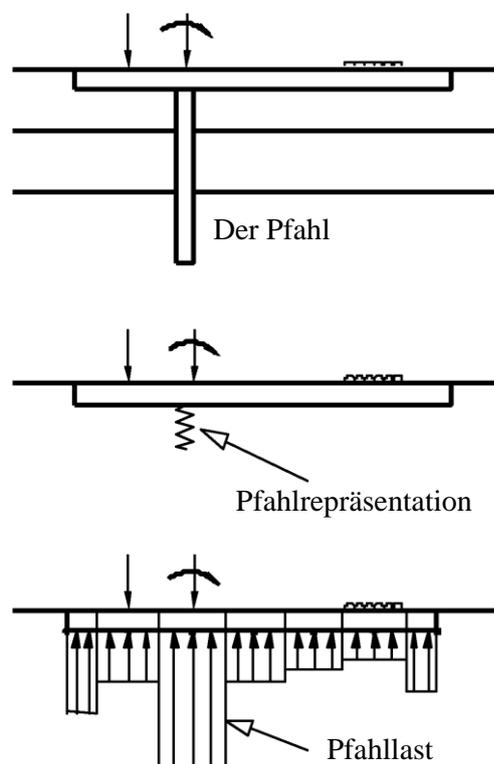


Bild 1-3 Federkissen des Pfahles für das Bettungsmodulverfahren nach *Poulos* (1994)

Die Sohldruckverteilung wird verhältnismäßig zur Durchbiegung der Gründung angesetzt. An jeder beliebigen Stelle des Gründungskörpers ergibt sich der Bettungsmodul k_s aus dem Quotienten aus der Sohlfkraft oder Pfahllast Q und der sich dadurch einstellenden Setzung s . Es handelt sich beim Bettungsmodul um eine Federkonstante.

1.2.2.1 Gleichungssysteme für das Bettungsmodulverfahren

Für einen Knoten i auf dem FE-Netz wird die Sohlkraft oder Pfahllast Q_i gegeben als:

$$Q_i = k_i s_i \quad (1.8)$$

wobei:

Q_i Sohlkraft oder Pfahllast im Knoten i [kN]

k_i Bodenkoeffizient oder Pfahlsteifigkeit des Knotens i mit Bettungsmodul [kN/m]

Betrachtet man die gesamte Platte, so kann die Gl. (1.8) wie folgt in Matrizenform geschrieben werden:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ \dots \\ \dots \\ Q_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \dots \\ \dots \\ s_n \end{Bmatrix} \quad (1.9)$$

Gl. (1.9) ist vereinfacht:

$$\{Q\} = [k_s]\{s\} \quad (1.10)$$

wobei:

$\{Q\}$ Vektor der Sohlrücke und Pfahllasten

$\{s\}$ Vektor der Setzung

$[k_s]$ Steifigkeitsmatrix für Baugrund und Pfähle

Das Fundament wird unter der Wirkung der gesamten äußeren Lasten $\{F\}$ verformt, wobei:

$$\{F\} = \{P\} - \{Q\} \quad (1.11)$$

Dabei ist $\{P\}$ der Vektor der bekannten angreifenden Lasten und Momente, die von oben auf das Fundament drücken und $\{Q\}$ der Vektor der unbekanntenen Sohlrücke und Pfahllasten, die von unten auf das Fundament einwirken. Daraus wird das Gleichgewicht des Systems mit der folgenden Matrixgleichung ausgedrückt:

$$[k_p]\{\delta\} = \{P\} - \{Q\} \quad (1.12)$$

Fasst man alle Knoten zusammen, so kann man folgendes Gleichungssystem für das Fundament aufstellen:

$$[k_p]\{\delta\} = \{P\} - [k_s]\{s\} \quad (1.13)$$

Betrachtet man die Kompatibilität der Verschiebung zwischen Platte und Baugrund, wobei die Setzungsmulde des Baugrunds s [m] der Biegelinie der Platte w [m] entspricht, so lautet Gl. (1.14):

$$[[k_p] + [k_s]]\{\delta\} = \{P\} \quad (1.14)$$

Gl. (1.14) zeigt, dass die Gesamtsteifigkeitsmatrix des Systems Platte-Baugrund-Pfähle die Summe der Steifigkeitsmatrix der Platte $[k_p]$ und der Steifigkeitsmatrix des Baugrunds und der Pfähle $[k_s]$ ist.

1.2.2.2 Lösung des Gleichungssystems für das Bettungsmodulverfahren

Es ist zu bemerken, dass die Steifigkeitsmatrix für die Plattenmatrix $[k_p]$ eine Bandmatrix und die Steifigkeitsmatrix für die Baugrundmatrix und die Pfähle $[k_p]$ eine Diagonalmatrix bei den Bettungsmodulverfahren 2 und 3 aufweist. Es ist einfacher, für das Bettungsmodulverfahren 2 und 3 die Matrix $[k_s]$ zur Matrix $[k_p]$ zu addieren. Die daraus resultierende Matrix ist auch eine Bandmatrix. Damit kann man das Gleichungssystem (1.14) mit der Bandkoeffizienten-Technik lösen. Da die Gesamtsteifigkeitsmatrix eine Bandmatrix ist, benötigt man zur Lösung des Gleichungssystems (1.14) eine kurze Rechenzeit beim Anwenden der Verfahren 2 und 3.

Die unbekanntenen Variablen sind die Knotenverschiebungen w_i ($w_i = s_i$) und die Knotenverdrehungen θ_{xi} und θ_{yi} um die x - und y -Achse. Nach Lösen des linearen Gleichungssystems (1.14) setzt man die erhaltenen Setzungen s_i in Gl. (1.10) ein und erhält die unbekanntenen Sohlkräfte Q_i .

1.2.3 Steifemodulverfahren (Verfahren 4 bis 9)

Beim Steifemodulverfahren tritt die Setzung unter der Lastfläche oder dem Pfahl sowie infolge Drucküberschneidung auch außerhalb der Lastfläche oder dem Pfahl auf. Es erfolgt eine Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Knoten des Kontinuum-Mediums und zwischen der Platte und dem Boden. Im Gegensatz zum Bettungsmodul k_s stellt der Steifemodul E_s einen echten Bodenwert dar, der entweder anhand von Versuchen ermittelt oder mittels Tabellen hinreichend genau geschätzt wird. Bild 1-4 zeigt das Kontinuum-Medium, angewendet für die Pfahlgründung nach *Liang/ Chen* (2004).

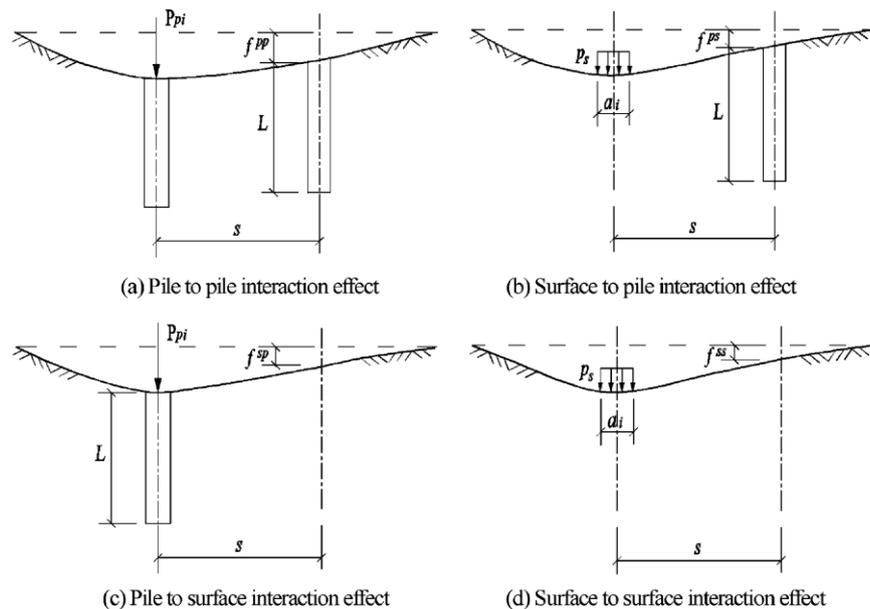


Bild 1-4 Setzungsmulde beim Steifemodulverfahren nach *Liang/ Chen* (2004)

1.2.3.1 Theorie zur Berechnung von Pfahl-Plattengründungen nach dem Steifemodulverfahren

Das Verhältnis des Pfahl-Baugrundsystems kann anhand einer linearen sowie nichtlinearen Annahme erfolgen. Man unterscheidet zwischen den drei folgenden Verfahren:

- Lineare Berechnung der Pfahl-Plattengründungen (**L**inear analysis of **p**iled **r**aft), genannt LPR
- Nichtlineare Berechnung der Pfahl-Plattengründungen mit einer hyperbolischen Funktion (**N**onlinear analysis of **p**iled **r**aft using **h**yperbolic function), genannt NPRH
- Nichtlineare Berechnung der Pfahl-Plattengründungen mit Verwendung der DIN 4014 (**N**onlinear analysis of **p**iled **r**aft using **DIN** 4014), genannt NPRD

In den nächsten Abschnitten wird die Theorie zur Berechnung von Pfahl-Plattengründungen nach dem Steifemodulverfahren beschrieben.

1.3 Testbeispiel: Überprüfung der Kräfte in den Pfählen einer Pfahlgruppe

Die numerischen Modelle, die in diesem Abschnitt beschrieben sind, wurden im Programm *ELPLA* implementiert. Um sie zu überprüfen und auszuwerten, wird ein Vergleich durchgeführt, wobei die Ergebnisse von *ELPLA* mit denen von vorhandenen Verfahren verglichen werden.

1.3.1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung der Pfahlkräfte von Pfahlgruppen unter einer Pfahlplatte zu überprüfen, werden die Ergebnisse einer Pfahlgruppe, berechnet von *Bakhoun* (1992), Beispiel 5.19, Seite 592 mit denen aus dem Programm *ELPLA* verglichen.

Eine Pfahlplatte auf 24 vertikalen Pfählen wird berücksichtigt, wie im Bild 1-5 gezeigt. Es soll die Kraft in jedem Pfahl der Pfahlgruppe infolge einer vertikalen Last von $N = 8000$ [kN] auf die Pfahlplatte mit den Exzentrizitäten $e_x = 1.4$ [m] und $e_y = 1.8$ [m] in x - und y -Richtung berechnet werden.

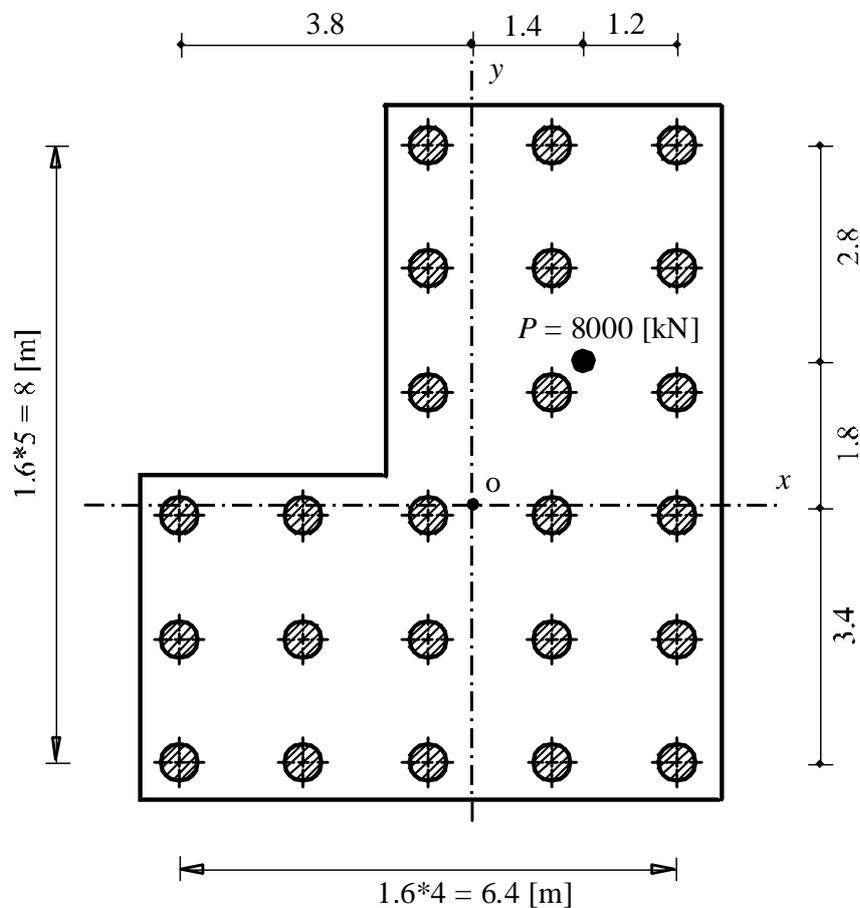


Bild 1-5 Abmessungen der Pfahlplatte und Pfahlanordnung

1.3.2 Handberechnung der Pfahlkräfte

Nach *Bakhoun* (1992) kann die Kraft in jedem Pfahl der Pfahlgruppe mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

Schritt 1: Berechnung der Momente

$$M_x = 8000 * 1.8 = 14400 \text{ [kN.m]} \tag{1.15}$$

$$M_y = 8000 * 1.4 = 11200 \text{ [kN.m]}$$

Schritt 2: Berechnung der Eigenschaften I_x , I_y und I_{xy}

Die Bestimmung der Eigenschaften I_x , I_y und I_{xy} wird in der Tabelle 1-2 gelistet.

Tabelle 1-2 Eigenschaften I_x , I_y und I_{xy}

Pfahl- Nummer	x_i [m]	y_i [m]	x_i^2 [m ²]	y_i^2 [m ²]	$x_i y_i$ [m ²]
1	-3.8	-3.4	14.44	11.56	12.92
2	-2.2	-3.4	4.84	11.56	7.48
3	-0.6	-3.4	0.36	11.56	2.04
4	1.0	-3.4	1.00	11.56	-3.40
5	2.6	-3.4	6.76	11.56	-8.84
6	-3.8	-1.8	14.44	3.24	6.84
7	-2.2	-1.8	4.84	3.24	3.96
8	-0.6	-1.8	0.36	3.24	1.08
9	1.0	-1.8	1.00	3.24	-1.08
10	2.6	-1.8	6.76	3.24	-4.68
11	-3.8	-0.2	14.44	0.04	0.76
12	-2.2	-0.2	4.84	0.04	0.44
13	-0.6	-0.2	0.36	0.04	0.12
14	1.0	-0.2	1.00	0.04	-0.20
15	2.6	-0.2	6.76	0.04	-0.52
16	-0.6	1.4	0.36	1.96	-0.84
17	1.0	1.4	1.00	1.96	1.40
18	2.6	1.4	6.76	1.96	3.64
19	-0.6	3.0	0.36	9.00	-1.80
20	1.0	3.0	1.00	9.00	3.00
21	2.6	3.0	6.76	9.00	7.80
22	-0.6	4.6	0.36	21.16	-2.76
23	1.0	4.6	1.00	21.16	4.60
24	2.6	4.6	6.76	21.16	11.96
3			$I_y = 106.56$	$I_x = 170.56$	$I_{xy} = 43.2$

Schritt 3: Berechnung der Pfahlkräfte

Die Kraft P_i im Pfahl i in der Lage (x_i, y_i) des Geometripfahlgruppenschwerpunkts unter der Pfahlplatte erhält man mit:

$$P_i = \frac{N}{n} + \frac{M_y I_x - M_x I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} x_i + \frac{M_x I_y - M_y I_{xy}}{I_x I_y - I_{xy}^2} y_i$$

$$P_i = \frac{8000}{24} + \frac{(11200)(170.56) - (14400)(43.2)}{(170.56)(106.56) - (43.2)^2} x_i + \frac{(14400)(106.56) - (11200)(43.2)}{(170.56)(106.56) - (43.2)^2} y_i \quad (1.16)$$

$$P_i = 333.333 + 78.988 x_i + 64.421 y_i$$

1.3.3 Pfahlkräfte, errechnet mit dem Programm *ELPLA*

Das verfügbare Verfahren "Spannungstrapezverfahren 1" im Programm *ELPLA* kann hier verwendet werden, um die Kraft in jedem Pfahl der Pfahlgruppe zu bestimmen. Ein Netz von gleichen Quadratelementen wird gewählt, jedes Element hat eine Seite von 1.6 [m]. Die Pfahlkräfte, die vom Programm *ELPLA* erhalten werden, werden mit denen von *Bakhoum* (1992) in der Tabelle 1-3 verglichen. Es ist deutlich zu sehen, dass die vom Programm *ELPLA* errechneten Pfahlkräfte denen der Handberechnung gleichen.

Tabelle 1-3 Vergleich der Pfahlkräfte (Programm *ELPLA* und *Bakhoun* (1992))

Pfahl- Nummer	<i>Bakhoun</i> (1992)						<i>ELPLA</i>
	x_i [m]	y_i [m]	N/n [kN]	$78.988 x_i$ [kN]	$64.421 y_i$ [kN]	P_i [kN]	P_i [kN]
1	-3.8	-3.4	333.33	-300.16	-219.03	-185.86	-185.85
2	-2.2	-3.4	333.33	-173.77	-219.03	-59.47	-59.47
3	-0.6	-3.4	333.33	-47.39	-219.03	66.91	66.91
4	1.0	-3.4	333.33	78.99	-219.03	193.29	193.29
5	2.6	-3.4	333.33	205.37	-219.03	319.67	319.67
6	-3.8	-1.8	333.33	-300.16	-115.96	-82.79	-82.78
7	-2.2	-1.8	333.33	-173.77	-115.96	43.50	43.60
8	-0.6	-1.8	333.33	-47.39	-115.96	169.98	169.98
9	1.0	-1.8	333.33	78.99	-115.96	296.36	296.36
10	2.6	-1.8	333.33	205.37	-115.96	422.74	422.72
11	-3.8	-0.2	333.33	-300.16	-12.88	20.29	20.29
12	-2.2	-0.2	333.33	-173.77	-12.88	146.68	146.67
13	-0.6	-0.2	333.33	-47.39	-12.88	273.06	273.06
14	1.0	-0.2	333.33	78.99	-12.88	399.44	399.44
15	2.6	-0.2	333.33	205.37	-12.88	525.82	525.82
16	-0.6	1.4	333.33	-47.39	90.19	376.13	376.13
17	1.0	1.4	333.33	78.99	90.19	502.51	502.51
18	2.6	1.4	333.33	205.37	90.19	628.89	628.89
19	-0.6	3.0	333.33	-47.39	193.26	479.20	479.20
20	1.0	3.0	333.33	78.99	193.26	605.58	605.59
21	2.6	3.0	333.33	205.37	193.26	731.96	731.97
22	-0.6	4.6	333.33	-47.39	296.34	582.28	582.28
23	1.0	4.6	333.33	78.99	296.34	708.66	708.66
24	2.6	4.6	333.33	205.37	296.34	835.04	835.04

1.4 Literatur

- [1] *Bakhoun, M.* (1992): Structural Mechanics
Cairo, Egypt
- [2] *Liang, F./ Chen, L.* (2004): A modified variational approach for the analysis of piled raft foundation
Mechanics Research Communications 31, 593-604
- [3] *Ohde, J.* (1942): Die Berechnung der Sohldruckverteilung unter Gründungskörpern
Der Bauingenieur, Heft 14/16, S. 99 bis 107 - Heft 17/18 S. 122 bis 127
- [4] *Poulos, H.* (1994): An Approximation numerical analysis of pile-raft interaction
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 18, 73-92
- [5] *Schwarz, H.* (1984): Methode der finiten Elemente
Teubner-Verlag, Stuttgart
- [6] *Winkler, E.* (1867): Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit
Dominicus, Prag
- [7] *Zienkiewicz, O./ Cheung, Y.* (1970): The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics
McGraw-Hill, England

Abschnitt 2

Numerische Modellierung von Einzelpfahl, Pfahlgruppen und Pfahl-Plattengründung

Inhalt	Seite
2 Numerische Modellierung von Einzelpfahl, Pfahlgruppen und Pfahl-Plattengründung	2- 3
2.1 Einleitung	2- 3
2.2 Modellierung eines Einzelpfahles	2- 5
2.2.1 Bodenflexibilität eines Einzelpfahles	2- 5
2.2.2 Bestimmung der Flexibilitätskoeffizienten	2- 7
2.2.3 Elastische Berechnung eines Einzelpfahles	2-13
2.2.4 Starre Berechnung eines Einzelpfahles	2-15
2.3 Modellierung einer starren Pfahlgruppe (freistehende starre Platte)	2-17
2.3.1 Bodensteifigkeit einer Pfahlgruppe	2-17
2.3.2 Berechnung einer Pfahlgruppe	2-20
2.4 Modellierung einer Pfahl-Plattengründung	2-25
2.4.1 Bodensteifigkeit einer Pfahl-Plattengründung	2-25
2.4.2 Berechnung einer Pfahl-Plattengründung für die schlaffe Platte	2-28
2.4.3 Berechnung einer Pfahl-Plattengründung für die starre Platte	2-29
2.4.4 Berechnung einer Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte	2-30
2.5 Nichtlineare Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion (NPRH)	2-32
2.5.1 Nichtlineare Berechnung eines starren Einzelpfahles	2-32
2.5.2 Nichtlineare Berechnung einer Pfahlgruppe, einer Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte und einer Pfahl-Plattengründung für die starre Platte	2-33
2.5.3 Iterationsverfahren	2-33
2.6 Zahlenbeispiele	2-36
2.6.1 Testbeispiel Auswertung des Setzungseinflussfaktors für einen Einzelpfahl	2-36
2.6.2 Untersuchungsfall Pfahl-Plattengründung beim <i>Messe-Torhaus</i> in Frankfurt	2-39
2.7 Literatur	2-49

2 Numerische Modellierung von Einzelfahl, Pfahlgruppen und Pfahl-Plattengründung

2.1 Einleitung

Die Berechnung einer Pfahl-Plattengründung ist eine komplizierte Aufgabe, da es sich um ein dreidimensionales Problem handelt, das viele Einflussfaktoren enthält. In der Berechnung müssen folgende Faktoren betrachtet werden: die Interaktion zwischen allen Elementen der Pfahl-Plattengründung und dem Boden, Berücksichtigung der gegenwärtigen Last und der Geometrie der Pfahl-Plattengründung, Darstellung des Bodens durch ein reales Modell und Behandlung des Problems als nichtlineare Berechnung. Die Berücksichtigung aller dieser Einflussfaktoren erfordert große Erfahrung und Bemühungen. Außerdem erfordert ein solches Problem lange Berechnungszeiten für die enorm große Bodenmatrix bei einer großen Pfahl-Plattengründung, denn die Bodenmatrix diskretisiert die Knoten entlang der Pfähle und unter der Platte. Aus diesen Gründen haben viele Autoren in den letzten Jahren vereinfachte Methoden vorgeschlagen, um den Aufwand der Berechnung zu minimieren.

Clancy/ Randolph (1993) entwickelten die hybride Schichtenmethode, die den Rechenaufwand deutlich verringert. *Ta/ Small* (1997) näherten die Oberflächensetzung des Bodens durch ein Polynom an, anstatt sie durch einen Flexibilitätsfaktor zu beschreiben, allerdings muss die Platte quadratisch sein. *Russo* (1998) stellte eine numerische Näherungsmethode für die Berechnung der Pfahl-Plattengründungen vor, in der die Pfähle als wechselwirkende lineare oder nichtlineare Federn modelliert werden. Er verwendet die Interaktive Faktorenmethode und ein einleitendes BEM zum Modellieren der Pfahl-Pfahl-Interaktion. *Poulos* (1999) beschrieb eine Näherungsberechnung für die Tragwerksreaktion einer Pfahlgruppe. Die Berechnung basiert auf einer vereinfachten Form der Grenzelementmethode, um einzelne Pfahlreaktionen und Interaktionsfaktoren zu erhalten. Dabei werden verschiedene vereinfachte Annahmen getroffen, die den Berechnungsprozess erleichtern. *Lee/ Xiao* (2001) stellten eine vereinfachte analytische Methode zur nichtlinearen Berechnung des Verhaltens der Pfahlgruppen mit einer hyperbolischen Annäherung vor, welche die nichtlineare Beziehung zwischen der Schaftbelastung und der Setzung beschreibt. Sie entwickelten die Methode für Pfahlgruppen unter einer steifen Platte mit schlaffen Pfahlplatten, die auf der Last-Übertragungsfunktion basiert. *Kitiyodom/ Matsumoto* (2002) und (2003) entwickelten eine vereinfachte Methode numerischer Berechnungen der Pfahl-Plattengründung mit einer hybriden Form, wobei die Gründungsplatte als dünne Platte, die Pfähle als elastische Träger und der Boden als Federn modelliert werden. *Mendonça/ Paiva* (2003) stellten eine BEM/ FEM-Formulierung für die Berechnung der Pfahl-Plattengründung vor, in der jeder Pfahl durch ein einzelnes Element mit drei Knotenpunkten und die Scherkraft entlang des Schaftes dargestellt wird. Sie wird durch eine quadratische Funktion angenähert. Der Boden wird als Halbraum angenommen. *Jeong et al.* (2003) schlugen einen einfachen Algorithmus vor, um seitlich belastete dreidimensionale Pfahlgruppen mit einer Balken-Stütze-Methode zu berechnen. *Liang/ Chen* (2004) stellten eine veränderte Variationsannäherung für die Berechnung der Pfahl-Plattengründung durch einen vereinfachten rechnerischen Ansatz vor. Sie werteten damit die Pfahl-Boden-Interaktion aus und wendeten die Annäherung auf die starre und elastische Pfahl-Plattengründung an, die auf homogenem Boden steht. *Wong/ Poulos* (2005) entwickelten Näherungswerte für die Interaktionsfaktoren zwischen verschiedenen Pfählen über eine umfangreiche parametrische Untersuchung. *Lutz et al.* (2006) stellten eine einfache Methode vor, um das Last-Setzungsverhalten der Pfahl-Plattengründung, basierend auf der Elastizitätstheorie und der Tragfähigkeit, abzuschätzen.

Die meisten oben genannten Berechnungen verwenden das Bodenmodell. Doch es gibt auch Methoden zur Berechnung solcher Aufgaben mit dreidimensionalen Modellen, die allerdings sogar für schnelle Rechner zeitaufwändig sind.

Bei den Standardmethoden zur Berechnung von Pfahl-Plattengründungen, die auf der Elastizitätstheorie basieren, setzt sich die gesamte Bodensteifigkeitsmatrix aus allen Elementen der Pfähle und der Platte zusammen. Man erhält die Setzungen der Pfahl-Plattengründungselemente direkt, indem man die globale Gleichung löst. Auf der Grundlage der Elastizitätstheorie stellte *EL Gendy* (2007) leistungsfähigere Berechnungen für Einzelpfahl, Pfahlgruppen und Pfahl-Plattengründungen durch die zusammengesetzte Koeffizientenmatrix vor, um die Größe der gesamten Bodensteifigkeitsmatrix zu verringern. In der Technik wird der Pfahl als starres Element behandelt; er hat eine konstante Setzung an seinen Knoten. Diese Annahme ermöglicht, Pfahlkoeffizienten in zusammengesetzten Koeffizienten zusammenzustellen. Sie kann das nichtlineare Verhalten des Einzelpfahles, der Pfahlgruppen und der Pfahl-Plattengründung leicht modellieren. Durch die zusammengesetzte Koeffiziententechnik ist die Steifigkeitsmatrixgröße der Pfahl-Plattengründung gleich der Steifigkeitsmatrixgröße der Platte ohne die Pfähle. Die vorgeschlagene Berechnung verringert beträchtlich die Anzahl der Gleichungen, die gelöst werden müssen. Die Platte kann als schlaff, starr oder elastisch auf geschichtetem Baugrund berechnet werden. Der Vorteil dieser Berechnung ist, dass es keinen Näherungswert gibt, wenn man die Flexibilitätskoeffizienten des Bodens generiert. In der Berechnung wird bei der Generierung der Gesamtflexibilitätsmatrix der Pfahl-Plattengründung eine volle Interaktion zwischen den Elementen der Pfahl-Plattengründung in Betracht gezogen. Das Verwenden der zusammengesetzten Koeffiziententechnik ermöglicht es, das nichtlineare Verhalten des Pfahles durch eine hyperbolische Beziehung zwischen der Last und der Setzung des Pfahles anzuwenden. *EL Gendy* (2007) stellte ebenfalls eine direkte hyperbolische Funktion für die nichtlineare Berechnung eines Einzelpfahles vor. Außerdem wurde ein Iterationsverfahren entwickelt, welches das System der nichtlinearen Gleichungen der Pfahlgruppe oder der Pfahl-Plattengründung löst. Dieser Abschnitt stellt eine numerische Modellierung eines Einzelpfahles, einer Pfahlgruppe und einer Pfahl-Plattengründung nach *EL Gendy* (2007) vor.

2.2 Modellierung eines Einzelfahles

Für die Berechnung wird ein zusammengesetzter Koeffizient oder der Modul ks [kN/m] zur Darstellung der linearen Bodensteifigkeit des Pfahles bestimmt. Der Modul ks ist ein Parameter, der sowohl in der linearen als auch in der nichtlinearen Berechnung des Pfahles verwendet wird. Er wird als das Verhältnis zwischen der einwirkenden Kraft auf dem Pfahlkopf Ph [kN] und der Pfahlsetzung w_o [m] definiert. Der Modul ks ist keine Bodenkonstante. Er hängt von der Pfahl-last, von der Pfahlgeometrie und von der Schichtung des Bodens ab. Er ist analog dem Modul der Untergrundreaktion der Platte nach dem Bettungsmodulverfahren von *Winkler* (1867), welches das Verhältnis zwischen dem durchschnittlichen Sohldruck und der Setzung unter dem charakteristischen Punkt auf der Platte angibt. In diesem Abschnitt wird die Methode zur Bestimmung des Moduls ks für den starren Pfahl vorgestellt.

2.2.1 Bodenflexibilität eines Einzelfahles

Bei der Modellierung eines Einzelfahles wird der Pfahlschaft in einzelne Elemente mit m Knoten unterteilt. Jedes Element hat, wie im Bild 2-1a dargestellt, eine gleichmäßige Mantelreibungskraft qs_j [kN/m²]. Auf den Pfahlfuß wirkt ein gleichförmiger Spitzendruck qb [kN/m²]. Die Pfahlschaftelemente werden als eine Linie dargestellt, wie im Bild 2-1b gezeigt. Die Spannungen am Schaft und an der Sohle werden als eine aneinander gereihte Linie mit der Kraft Qi an den Knoten abgebildet. Die Mantelreibungskraft am Knoten j wird durch folgende Gleichung beschrieben:

$$Qs_j = 2\pi r_o \frac{l_{j-1} + l_j}{2} qs_j \quad (2.1)$$

während die Spitzenkraft auf dem Pfahlfuß ausgedrückt wird durch:

$$Qb = \pi r_o^2 qb \quad (2.2)$$

wobei:

$j-1$ und j	Knotennummer des Elementes j
Qs_j	Mantelreibungskraft am Knoten j [kN]
Qb	Spitzenkraft [kN]
r_o	Radius des Pfahles [m]
l_j	Länge des Elementes j [m]

Eine Berücksichtigung der Interaktion zwischen dem Pfahl und dem Boden erfolgt, indem man den Boden als geschichteten oder als elastisch isotropen Halbraum darstellt. Unter der Annahme eines Knotens i , Bild 2-1b, ergibt sich die Setzung des Bodens s_i der benachbarten Knoten i infolge der Mantelreibungskräfte Qs_j an allen Knoten m und der Spitzenkraft Qb aus der Gleichung:

$$s_i = \sum_{j=1}^m f_{i,j} Qs_j + f_{i,b} Qb \quad (2.3)$$

wobei:

$f_{i,j}$ Flexibilitätskoeffizient des Knotens i infolge einer Einheitsmantelreibungskraft am Knoten j [m/kN]

$f_{i,b}$ Flexibilitätskoeffizient des Knotens i infolge einer Einheitsspitzenkraft auf dem Pfahlfuß b [m/kN]

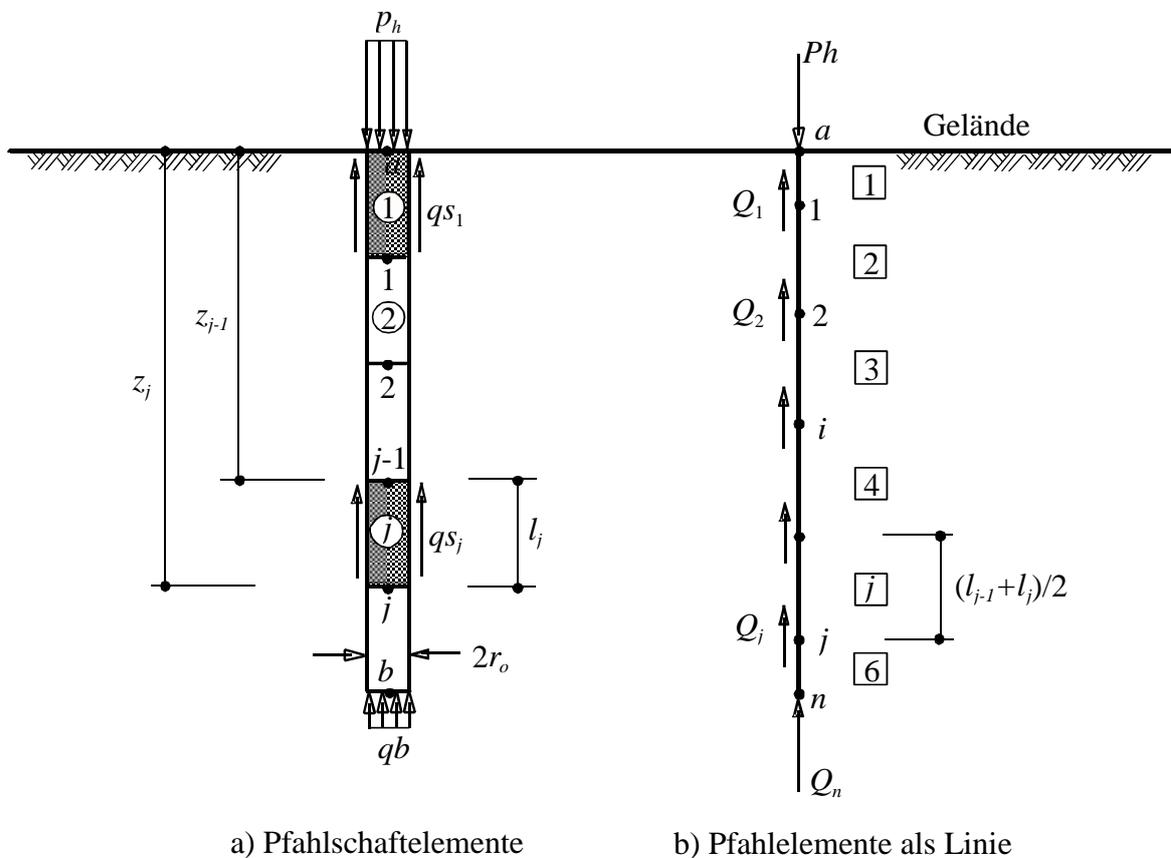


Bild 2-1 Geometrie und Elemente des Pfahles

Analog ergibt sich die Setzung im Pfahlfuß s_b :

$$s_b = \sum_{j=1}^m f_{b,j} Q_s_j + f_{b,b} Q_b \quad (2.4)$$

wobei:

$f_{b,j}$ Flexibilitätskoeffizient des Pfahlfußes b infolge einer Einheitsmantelreibungskraft am Knoten j [m/kN]

$f_{b,b}$ Flexibilitätskoeffizient des Pfahlfußes b infolge einer Einheitsspitzenkraft auf dem Pfahlfuß b [m/kN]

Die Gleichungen (2.3) und (2.4) für die Setzung des Bodens an allen Knoten des Pfahles können in allgemeiner Form neu geschrieben werden:

$$w_i = \sum_{j=1}^n I_{i,j} Q_j \quad (2.5)$$

wobei:

- Q_j Sohlkraft im Knoten j [kN]; Q_j stellt die Mantelreibungskräfte Q_{sj} auf einem Schaftknoten j oder die Spitzenkraft Q_b dar
- w_i Setzung im Knoten i [m]; w_i stellt die Setzung s_j im Schaftknoten j oder die Setzung s_b im Fuß dar
- n Gesamtanzahl der Sohlknoten, $n = m + 1$
- $I_{i,j}$ Flexibilitätskoeffizient des Knotens i infolge einer Einheitskraft im Knoten j [m/kN]. $I_{i,j}$ stellt den Flexibilitätskoeffizient $f_{i,j}$, $f_{i,b}$, $f_{b,j}$ oder $f_{b,b}$ dar. Diese Koeffizienten können mit Hilfe der elastischen Theorie nach der *Mindlinschen* Lösung abgeschätzt werden. Geschlossene Formgleichungen für diese Koeffizienten sind im nächsten Abschnitt beschrieben

2.2.2 Bestimmung der Flexibilitätskoeffizienten

Im Jahr 1936 präsentierte *Mindlin* eine mathematische Lösung zur Bestimmung der Spannungen und Verschiebungen im Boden durch eine unter der Oberfläche des halbinendlichen Mediums wirkende Punktlast. Die Lösung wird oft in der numerischen Berechnung von Pfahl-Plattengründungen verwendet und kann andere Anwendungen in der Geotechnik haben, wie Untersuchung der Interaktion zwischen Fundamenten und Erdankern oder vergrabenen Strukturen.

Pionierautoren der Pfahl-Plattengründung wie *Poulos/ Davis* (1968) and *Butterfield/ Banerjee* (1971) integrierten numerisch die Flexibilitätskoeffizienten mit der *Mindlinschen* Lösung (*Mindlin* (1936)). Berechnung von Pfahl-Plattengründung mit numerischer Integration der Flexibilitätskoeffizienten führt zu erheblichen Berechnungen, besonders bei den großen Pfahlgruppenproblemen. Eine analytische Integration der Flexibilitätskoeffizienten mit der *Mindlinschen* Lösung wird präsentiert.

2.2.2.1 Flexibilitätskoeffizient $f_{i,b}$ eines Knotens i infolge einer Eigenlast auf der Basis b

Um die erheblichen Berechnungen bei der Anwendung der *Mindlinschen* Lösung zur Bestimmung von Flexibilitätskoeffizienten der Knoten außerhalb der Basis zu vermeiden, wird kreisförmige Belastung an der Basis durch eine gleichwertige Punktlast ersetzt. In diesem Fall wird der Flexibilitätskoeffizient direkt berechnet mit der *Mindlinschen* Lösung zur Bestimmung der Verschiebung w_{ij} [m] im Punkt i durch eine Punktlast Q_j [kN], die im Punkt j unter der Oberfläche des halbinendlichen Medium wirkt (Bild 2-2). Nach der *Mindlinschen* Lösung wird die Verschiebung w_{ij} wie folgt ausgedrückt:

$$w_{ij} = f_{ij} Q_j \quad (2.6)$$

wobei f_{ij} bei der *Mindlinschen* Lösung gegeben wird als:

$$f_{ij} = \frac{1}{16 \pi G_s (1 - \nu_s)} \left(\frac{3 - 4 \nu_s}{R_1} + \frac{8(1 - \nu_s)^2 - (3 - 4 \nu_s)}{R_2} + \frac{(z - c)^2}{R_1^3} + \frac{(3 - 4 \nu_s)(z + c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6cz(z + c)^2}{R_2^5} \right) \quad (2.7)$$

wobei:

$R_1 = \sqrt{r^2 + (z - c)^2}$, $R_2 = \sqrt{r^2 + (z + c)^2}$ und

- c Tiefe der Punktlast Q_j [kN] von der Oberfläche [m]
- z Tiefe des untersuchten Punktes i von der Oberfläche [m]
- r Radialer Abstand zwischen den Punkten i und j [m]
- $z - c$ Vertikaler Abstand zwischen den Punkten i und j [m]
- $z + c$ Vertikaler Abstand zwischen den Punkten i und k [m]
- f_{ij} Verschiebungsfaktor des Punktes i infolge einer Einheitslast im Punkt j [m/kN]
- G_s Schubmodul des Bodens [kN/m²]

$$G_s = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)}$$

E_s Elastizitätsmodul des Bodens [kN/m²]

ν_s Poissonzahl des Bodens [-]

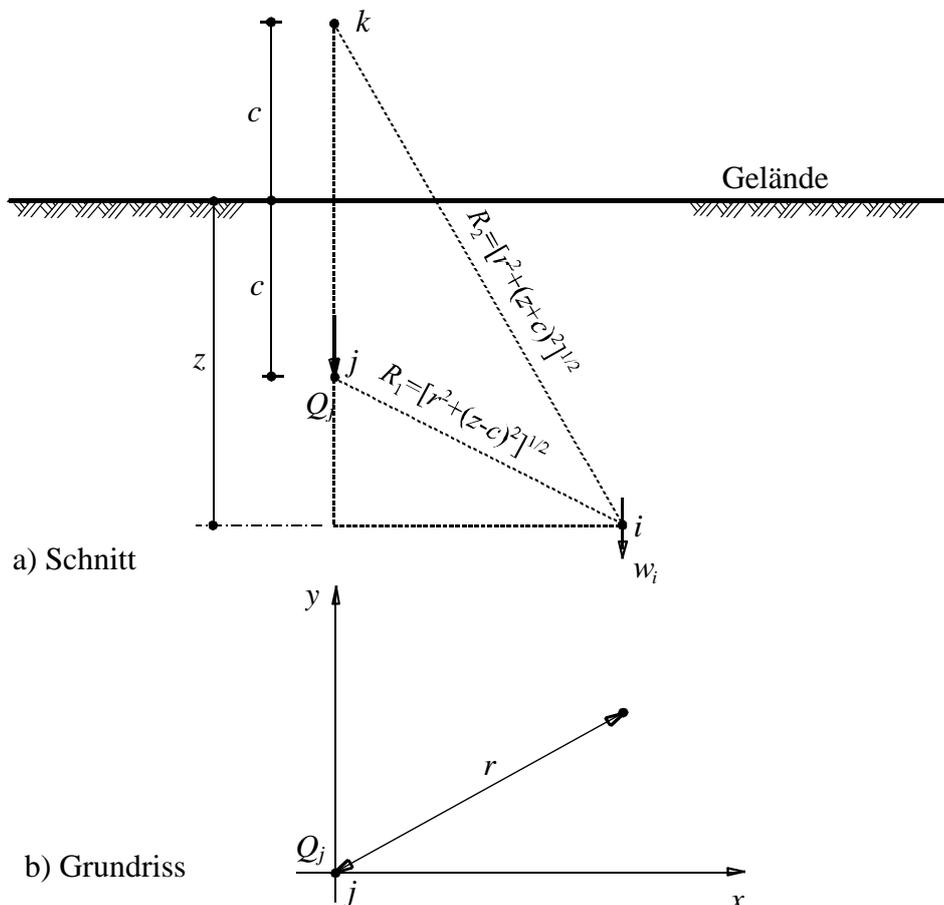


Bild 2-2 Geometrie des *Mindlinschen* Problems

Nun ist der Flexibilitätskoeffizient $f_{i,b}$ [m/kN] eines Knotens i infolge einer Eigenlast $Q_b = 1$ [kN] auf der Basis b gleich dem Verschiebungsfaktor f_{ij} . In Gl (2.7) ist r der radiale Abstand zwischen dem Pfahl des Punktes i und dem Pfahl der Basis b . Für den Pfahl der untersuchten Basis b ist r gleich dem Radius der Basis r_o .

2.2.2.2 Flexibilitätskoeffizient $f_{b,b}$ der Basis b infolge einer Eigenlast auf der Basis selbst

Die Basis b des Pfahles hat eine kreisförmige belastete Fläche des Durchmessers r_o [m] und eine Flächenlast $q = Q_b / \pi r_o^2$ [kN/m²], wie im Bild 2-3 gezeigt. Der Flexibilitätskoeffizient $f_{b,b}$ [m/kN] an der Basismitte b infolge einer Eigenlast $Q_b = 1$ [kN] auf der Basis selbst kann erhalten werden aus:

$$f_{b,b} = \frac{1}{\pi r_o^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_o} f_{ij} r dr d\theta \quad (2.8)$$

Die Integration des Flexibilitätskoeffizienten kann analytisch wie folgt erhalten werden:

$$f_{b,b} = \frac{1}{8 \pi r_o^2 G_s (1 - \nu_s)} \left((3 - 4 \nu_s) r_o + \left[8 (1 - \nu_s)^2 - (3 - 4 \nu_s) \right] \left[\sqrt{r_o^2 + 4 c^2} - 2 c \right] \right. \\ \left. + \left[4 c^2 (3 - 4 \nu_s) - 2 c^2 \right] \left[\frac{1}{2 c} - \frac{1}{\sqrt{r_o^2 + 4 c^2}} \right] + \left[1 - \frac{8 c^4}{(r_o^2 + 4 c^2)^{3/2}} \right] \right) \quad (2.9)$$

Der Flexibilitätskoeffizient $f_{b,b}$ kann mit einem Faktor $\pi/4$ multipliziert werden, um den Einfluss der Basisstarrheit zu berücksichtigen. Dieser Faktor ist das Verhältnis der Oberflächenverschiebung eines starren Kreises auf der Oberfläche eines Halbraums zur Verschiebung in der Mitte eines entsprechend gleichmäßig belasteten Kreises.

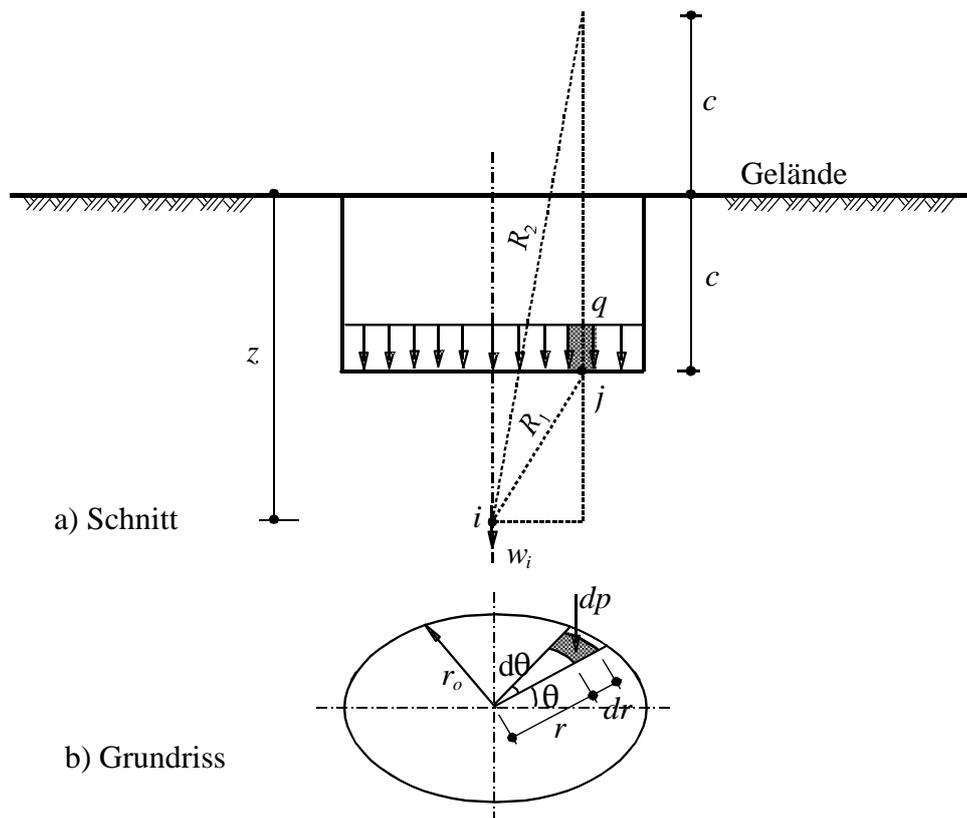


Bild 2-3 Geometrie der kreisförmigen belasteten Fläche zur Bestimmung der Verschiebung in der Mitte

2.2.2.3 Flexibilitätskoeffizient $f_{i,j}$ eines Knotens i infolge einer Mantelreibung auf einem Mantelknoten j

Um die erheblichen Berechnungen bei Anwenden der *Mindlinschen* Lösung zur Bestimmung des Flexibilitätskoeffizienten der Mantelreibung zu vermeiden, wird die Mantelreibung durch eine entsprechende Linienlast ersetzt. Das Mantelelement j des Pfahles hat eine Länge l [m] und eine Linienlast $T = Q_j / l$ [kN/m] (Bild 2-4). Der Flexibilitätskoeffizient $f_{i,j}$ [m/kN] eines Knotens i infolge einer Punktlast Q_j [kN], wirkend im Mantelelement j , kann wie folgt erhalten werden:

$$f_{i,j} = \frac{1}{l} \int_{l_1}^{l_2} f_{ij} dc \quad (2.10)$$

Die Integration führt zu:

$$f_{i,j} = \frac{1}{16 \pi l G_s (1 - \nu_s)} (I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5) \quad (2.11)$$

wobei die Begriffe I_1 bis I_5 werden gegeben mit:

$$I_1 = (3 - 4 \nu_s) \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z - l_2)^2} - (z - l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z - l_1)^2} - (z - l_1)} \right] \quad (2.12)$$

$$I_2 = [8(1 - \nu_s)^2 - (3 - 4\nu_s)] \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z + l_2)^2} + (z + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_1)^2} + (z + l_1)} \right] \quad (2.13)$$

$$I_3 = \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z - l_2)^2} - (z - l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z - l_1)^2} - (z - l_1)} \right] + \frac{z - l_2}{\sqrt{r_1^2 + (z - l_2)^2}} - \frac{z - l_1}{\sqrt{r_1^2 + (z - l_1)^2}} \quad (2.14)$$

$$I_4 = (3 - 4\nu_s) \left(\ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z + l_2)^2} + (z + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_1)^2} + (z + l_1)} \right] - \frac{(z + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_2)^2}} + \frac{(z + l_1)}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_1)^2}} \right) - 2z \left(\frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_2)^2}} + \frac{z(z + l_1)}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + (z + l_1)^2}} - \frac{z(z + l_2)}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + (z + l_2)^2}} \right) \quad (2.15)$$

$$I_5 = \frac{6z[r_1^4 - z(z + l_2)^3]}{3r_1^2[r_1^2 + (z + l_2)^2]^{3/2}} - \frac{6z[r_1^4 + z(z + l_1)^3]}{3r_1^2[r_1^2 + (z + l_2)^2]^{3/2}} - \frac{6z}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_2)^2}} + \frac{6z}{\sqrt{r_1^2 + (z + l_1)^2}} \quad (2.16)$$

wobei:

- l_1 Starttiefe der Linienlast T oder Mantelreibung τ von der Oberfläche [m]
- l_2 Endtiefe der Linienlast T oder Mantelreibung τ von der Oberfläche [m]
- l Länge der Linienlast T oder Mantelreibung τ [m]
- r_1 Radialer Abstand zwischen Punkt i und j [m]

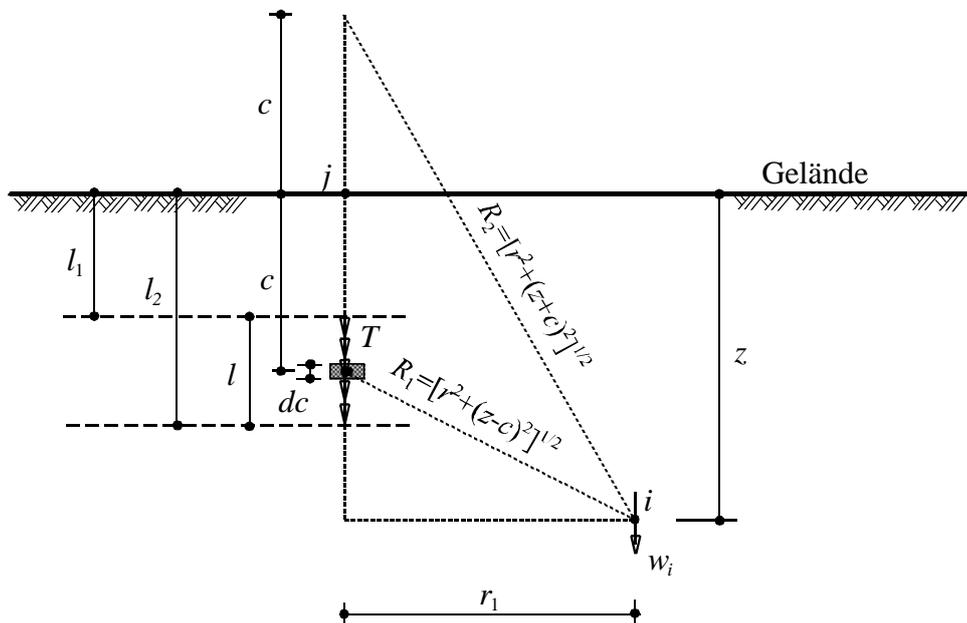


Bild 2-4 Geometrie der Linienlast

2.2.2.4 Flexibilitätskoeffizient $f_{b,j}$ der Basis b infolge einer Eigenmantelreibung auf einem Mantelknoten j

Die Basis b des Pfahles hat den Durchmesser r_o [m], während das Mantelelement j eine Länge l [m] und eine Mantelreibung $\tau = Q_j / 2 \pi r_o l$ [kN/m²] aufweist, wie im Bild 2-65 gezeigt. Der Flexibilitätskoeffizient $f_{b,j}$ [m/kN] auf der Mitte der Basis b infolge einer Eigenlast $Q_j = 1$ [kN] im Mantelelement j kann wie folgt erhalten werden:

$$f_{b,j} = \frac{I}{2 \pi l} \int_0^{2\pi} \int_{l_1}^{l_2} f_{ij} dc d\theta \quad (2.17)$$

Die Integration führt zu:

$$f_{b,j} = \frac{1}{16 \pi l G_s (1 - \nu_s)} (J_1 + J_2 + J_3 + J_4 + J_5) \quad (2.18)$$

Ersetzt man r_1 mit r_o in den Gln. (2.12) bis (2.16), ergeben sich die Begriffe J_1 bis J_5 .

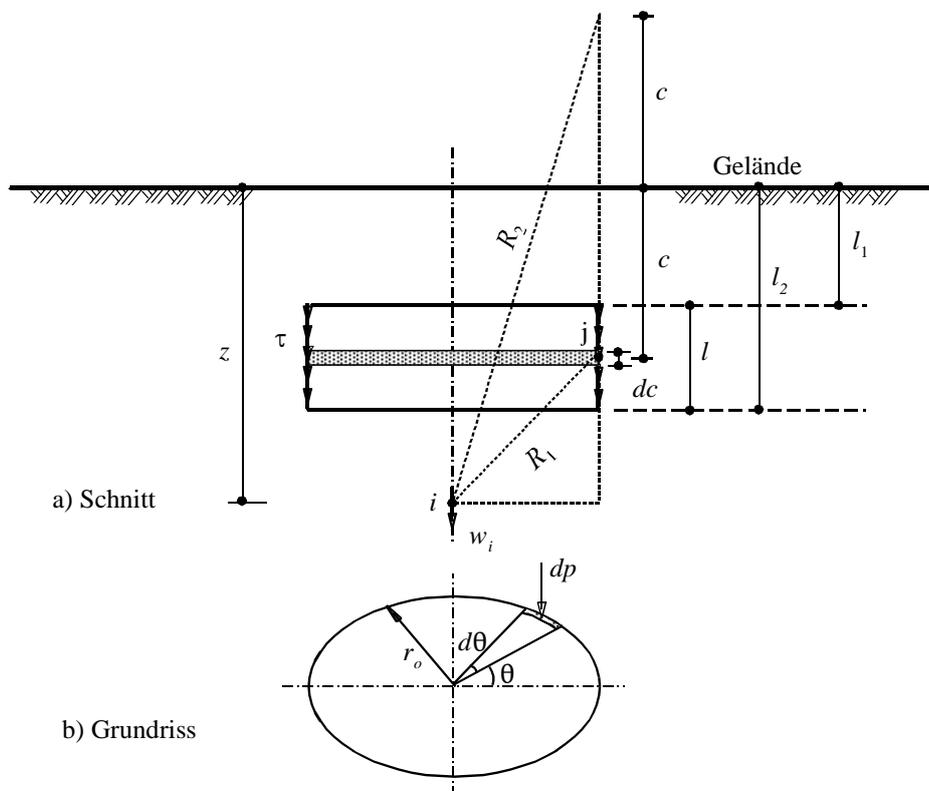


Bild 2-5 Geometrie der zylindrischen belasteten Fläche für die Bestimmung der Verschiebung in der Mitte

2.2.2.5 Mehrschichtenboden

Die vorher beschriebenen Flexibilitätskoeffizienten können nur für das isotrope elastische Halbraumbodenmedium angewandt werden. Für eine begrenzte Schicht können die Flexibilitätskoeffizienten erhalten werden, wie von *Poulos/ Davis* (1968) beschrieben wird. Zum Beispiel ist der Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k in einer Schicht mit der Tiefe h dann:

$$f_{k,j}(h) = f_{k,j}(\infty) - f_{h,j}(\infty) \quad (2.19)$$

wobei:

$f_{k,j}(h)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k in einer Schicht mit der Tiefe h infolge einer Einheitslast im Punkt j [m/kN]

$f_{k,j}(\infty)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k für den Halbraum infolge einer Einheitslast im Punkt j [m/kN]

$f_{h,j}(\infty)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt innerhalb des Halbraums direkt unter k an einer Tiefe h unter Gelände infolge einer Einheitslast im Punkt j [m/kN]

2.2.3 Elastische Berechnung eines Einzelpfahles

2.2.3.1 Bodensetzung

Die Gl. (2.5) für die Setzungen des Bodens an allen Knoten des Pfahles kann in Matrixform wie folgt geschrieben werden:

$$\{w\} = [Is]\{Q\} \quad (2.20)$$

wobei:

$\{w\}$ n Setzungsvektor

$\{Q\}$ n Sohlkraftvektor

$[Is]$ $n * n$ Flexibilitätsmatrix des Bodens

Durch Inversion der Bodenflexibilitätsmatrix in Gl. (2.20) erhält man:

$$\{Q\} = [ks]\{w\} \quad (2.21)$$

wobei $[ks]$ $n * n$ die Bodensteifigkeitsmatrix ist, $[ks] = [Is]^{-1}$

Gl. (2.21) kann wie folgt modifiziert werden:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ Qs_1 \\ Qs_2 \\ Qs_3 \\ \dots \\ Qb \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & \dots & k_{1,n} \\ 0 & k_{2,1} & k_{2,1} & k_{2,1} & \dots & k_{2,n} \\ 0 & k_{3,1} & k_{3,1} & k_{3,1} & \dots & k_{3,n} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & k_{n,1} & k_{n,1} & k_{n,1} & \dots & k_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \dots \\ sb \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

Gl. (2.22) wird in komprimierter Matrixform wie folgt neu geschrieben:

$$\{Qs\} = [ke]\{s\} \quad (2.23)$$

wobei:

$$\begin{aligned} \{s\} & n + 1 \text{ Setzungsvektor, } \{s\} = \{0, s1, s2, s3, \dots, sn, sb\}^T \\ \{Qs\} & n + 1 \text{ Vektor der Sohlkräfte auf dem Pfahl, } \{Q\} = \{0, Qs1, Qs2, Qs3, \dots, Qsn, Qb\}^T \\ [ke] & n + 1 * n + 1 \text{ Bodensteifigkeitsmatrix} \end{aligned}$$

2.2.3.2 Pfahlverschiebung

Die Finite Element-Methode wird für die Berechnung des Pfahles verwendet. Nur die axiale Kompression des Pfahles wird betrachtet, um die Verschiebungen der Pfahlelemente festzustellen. Die Steifigkeitsmatrix des Balkens des Pfahlelements i wird wie folgt ausgedrückt:

$$[kp]_i = \frac{Ep \cdot Ap_i}{l_i} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

wobei:

$$\begin{aligned} Ep & \text{ Elastizitätsmodul des Pfahlmaterials [kN/m}^2\text{]} \\ Ap_i & \text{ Querschnittsfläche des Pfahlelements } i \text{ [m}^2\text{]} \\ l_i & \text{ Länge des Pfahlelements } i \text{ [m]} \end{aligned}$$

Entsprechend der Finite Element-Methode kann die zusammengesetzte Gleichung der axialen Steifigkeitsmatrix für den Pfahl wie folgt geschrieben werden:

$$[kp]\{\delta\} = \{P\} - \{Qs\} \quad (2.25)$$

wobei:

$$\begin{aligned} \{\delta\} & n + 1 \text{ Verschiebungsvektor} \\ \{P\} & n + 1 \text{ Vektor der einwirkenden Pfahllast, } \{P\} = \{Ph, 0, 0, 0, \dots, 0\}^T \\ [kp] & n + 1 * n + 1 \text{ Stabsteifigkeitsmatrix} \end{aligned}$$

Setzt man Gl. (2.23) in Gl. (2.25) ein, ergibt sich:

$$[kp]\{\delta\} = \{P\} - [ke]\{s\} \quad (2.26)$$

Betrachtet man die Kompatibilität zwischen der Pfahlverschiebung δ_i und der Bodensetzung s_i , kann die folgende Gleichung erhalten werden:

$$[[kp] + [ke]]\{\delta\} = \{P\} \quad (2.27)$$

Nach Lösen des obigen linearen Gleichungssystems erhält man die Verschiebung an jedem Knoten, welche gleich der Bodensetzung an dem jeweiligen Knoten ist. Setzt man die erhaltenen Bodensetzungen aus Gl. (2.27) in Gl. (2.23) ein, erhält man die unbekanntenen Sohlkräfte am Pfahl.

2.2.4 Starre Berechnung eines Einzelfahles

Die Setzung eines starren Pfahles ist gleichmäßig. Deshalb sind die Unbekannten des Problems n Sohlkräfte Q_j und die starre Körperverschiebung w_0 . Die Ableitung der gleichförmigen Setzung für den starren Pfahl kann durch Gleichsetzen der Setzung w_i in Gl. (2.5) bei einer gleichförmigen Verschiebung w_0 an allen Knoten am Pfahl durchgeführt werden. Nach Expandierung der Gl. (2.5) für alle Knoten ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} w_1 = w_0 &= I_{1,1}Q_1 + I_{1,2}Q_2 + I_{1,3}Q_3 + \dots + I_{1,n}Q_n \\ w_2 = w_0 &= I_{2,1}Q_1 + I_{2,2}Q_2 + I_{2,3}Q_3 + \dots + I_{2,n}Q_n \\ w_3 = w_0 &= I_{3,1}Q_1 + I_{3,2}Q_2 + I_{3,3}Q_3 + \dots + I_{3,n}Q_n \\ &\dots \\ w_n = w_0 &= I_{n,1}Q_1 + I_{n,2}Q_2 + I_{n,3}Q_3 + \dots + I_{n,n}Q_n \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Sohlkräfte können als eine Funktion in den Ausdrücken $k_{i,j}$ der Bodensteifigkeitsmatrix $[ks]$ wie folgt geschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= k_{1,1}w_0 + k_{1,2}w_0 + k_{1,3}w_0 + \dots + k_{1,n}w_0 \\ Q_2 &= k_{2,1}w_0 + k_{2,2}w_0 + k_{2,3}w_0 + \dots + k_{2,n}w_0 \\ Q_3 &= k_{3,1}w_0 + k_{3,2}w_0 + k_{3,3}w_0 + \dots + k_{3,n}w_0 \\ &\dots \\ Q_n &= k_{n,1}w_0 + k_{n,2}w_0 + k_{n,3}w_0 + \dots + k_{n,n}w_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Summiert man alle Sohlkräfte, ergibt sich die folgende Gleichung:

$$\sum_{i=1}^n Q_i = w_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{i,j} \quad (2.30)$$

Gl. (2.30) kann wie folgt neu geschrieben werden:

$$Ph = ks wo \quad (2.31)$$

wobei die einwirkende Kraft Ph [kN] die Summe aller Sohlkräfte Q_i ist:

$$Ph = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (2.32)$$

während der zusammengesetzte Koeffizient ks [kN/m] die Summe aller Koeffizienten der Steifigkeitsmatrix [ks] ist:

$$ks = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{i,j} \quad (2.33)$$

Die Gl. (2.31) zeigt die lineare Beziehung zwischen der einwirkenden Kraft am Pfahlkopf und der gleichförmigen Setzung wo , welche analog zum *Hookeschen* Gesetz ist. Deshalb kann der zusammengesetzte Koeffizient ks verwendet werden, um die Gesamtsteifigkeit des Bodens am Pfahl zu bestimmen. Im Fall eines Einzelpfahles ist die Ermittlung der Sohlkräfte Q_i leicht. Setzt man den Wert wo aus der Gl. (2.31) in die Gl. (2.29) ein, erhält man die Gl. (2.34) mit n unbekanntes Sohlkräften Q_i :

$$Q_i = \frac{Ph \sum_{j=1}^n k_{i,j}}{ks} \quad (2.34)$$

Im Falle des isotropen elastischen Halbraumbodens und beim starren Pfahl ist die Gl. (2.34) der Sohlkräfte unabhängig vom Elastizitätsmodul des Bodens E_s .

2.3 Modellierung einer starren Pfahlgruppe (freistehende starre Platte)

Zunächst wird die zusammengesetzte Koeffiziententechnik zur linearen Berechnung der Pfahlgruppe angewendet. Dann wird sie erweitert, um den nichtlinearen Effekt zu berücksichtigen. Im nächsten Abschnitt wird die Bodensteifigkeitsmatrix mit Hilfe der zusammengesetzten Koeffizienten für die Pfahlgruppe formuliert.

2.3.1 Bodensteifigkeit einer Pfahlgruppe

Das Ableiten der Gleichungen für die Pfahlgruppe erfordert die Einbeziehung des Einflusses der Interaktion der Pfahlgruppe. Die freistehende Platte auf der Pfahlgruppe im Bild 2-6 wird als Beispiel betrachtet. Sie besteht aus $n_p = 4$ Pfählen und hat eine Gesamtknotenzahl von $n = 23$.

Die Beziehung zwischen Pfahlsetzung und Sohlkraft im Bild 2-6 kann in der nachfolgenden Matrix wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} w_1 \\ \dots \\ w_6 \end{array} \right\}_1 \\ \left\{ \begin{array}{c} w_7 \\ \dots \\ w_{12} \end{array} \right\}_2 \\ \left\{ \begin{array}{c} w_{13} \\ \dots \\ w_{17} \end{array} \right\}_3 \\ \left\{ \begin{array}{c} w_{18} \\ \dots \\ w_{23} \end{array} \right\}_4 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cccccccccccc} I_{1,1} & \dots & I_{1,6} & I_{1,7} & \dots & I_{1,12} & I_{1,13} & \dots & I_{1,17} & I_{1,18} & \dots & I_{1,23} \\ \dots & \dots \\ I_{6,1} & \dots & I_{6,6} & I_{6,7} & \dots & I_{6,12} & I_{6,13} & \dots & I_{6,17} & I_{6,18} & \dots & I_{6,23} \\ I_{7,1} & \dots & I_{7,6} & I_{7,7} & \dots & I_{7,12} & I_{7,13} & \dots & I_{7,17} & I_{7,18} & \dots & I_{7,23} \\ \dots & \dots \\ I_{12,1} & \dots & I_{12,6} & I_{12,7} & \dots & I_{12,12} & I_{12,13} & \dots & I_{12,17} & I_{12,18} & \dots & I_{12,23} \\ I_{13,1} & \dots & I_{13,6} & I_{13,7} & \dots & I_{13,12} & I_{13,13} & \dots & I_{13,17} & I_{13,18} & \dots & I_{13,23} \\ \dots & \dots \\ I_{17,1} & \dots & I_{17,6} & I_{17,7} & \dots & I_{17,12} & I_{17,13} & \dots & I_{17,17} & I_{17,18} & \dots & I_{17,23} \\ I_{18,1} & \dots & I_{18,6} & I_{18,7} & \dots & I_{18,12} & I_{18,13} & \dots & I_{18,17} & I_{18,18} & \dots & I_{18,23} \\ \dots & \dots \\ I_{23,1} & \dots & I_{23,6} & I_{23,7} & \dots & I_{23,12} & I_{23,13} & \dots & I_{23,17} & I_{23,18} & \dots & I_{23,23} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} Q_1 \\ \dots \\ Q_6 \end{array} \right\}_1 \\ \left\{ \begin{array}{c} Q_7 \\ \dots \\ Q_{12} \end{array} \right\}_2 \\ \left\{ \begin{array}{c} Q_{13} \\ \dots \\ Q_{17} \end{array} \right\}_3 \\ \left\{ \begin{array}{c} Q_{18} \\ \dots \\ Q_{23} \end{array} \right\}_4 \end{array} \right] \quad (2.35)
 \end{aligned}$$

Durch Inversion der Gesamtflexibilitätsmatrix in Gl. (2.35) erhält man die gesamte Bodensteifigkeitsmatrix des Systems für die Pfahlgruppe:

$$\begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} Q_1 \\ \dots \\ Q_6 \end{matrix} \right\}_1 \\ \left\{ \begin{matrix} Q_7 \\ \dots \\ Q_{12} \end{matrix} \right\}_2 \\ \left\{ \begin{matrix} Q_{13} \\ \dots \\ Q_{17} \end{matrix} \right\}_3 \\ \left\{ \begin{matrix} Q_{18} \\ \dots \\ Q_{23} \end{matrix} \right\}_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & \dots & k_{1,6} & k_{1,7} & \dots & k_{1,12} & k_{1,13} & \dots & k_{1,17} & k_{1,18} & \dots & k_{1,23} \\ \dots & \dots \\ k_{6,1} & \dots & k_{6,6} & k_{6,7} & \dots & k_{6,12} & k_{6,13} & \dots & k_{6,17} & k_{6,18} & \dots & k_{6,23} \\ k_{7,1} & \dots & k_{7,6} & k_{7,7} & \dots & k_{7,12} & k_{7,13} & \dots & I_{7,17} & k_{7,18} & \dots & k_{7,23} \\ \dots & \dots \\ k_{12,1} & \dots & k_{12,6} & k_{12,7} & \dots & k_{12,12} & k_{12,13} & \dots & k_{12,17} & k_{12,18} & \dots & k_{12,23} \\ k_{13,1} & \dots & k_{13,6} & k_{13,7} & \dots & k_{13,12} & k_{13,13} & \dots & k_{13,17} & k_{13,18} & \dots & k_{13,23} \\ \dots & \dots \\ k_{17,1} & \dots & k_{17,6} & k_{17,7} & \dots & k_{17,12} & k_{17,13} & \dots & k_{17,17} & k_{17,18} & \dots & k_{17,23} \\ k_{18,1} & \dots & k_{18,6} & k_{18,7} & \dots & k_{18,12} & k_{18,13} & \dots & k_{18,17} & k_{18,18} & \dots & k_{18,23} \\ \dots & \dots \\ k_{23,1} & \dots & k_{23,6} & k_{23,7} & \dots & k_{23,12} & k_{23,13} & \dots & k_{23,17} & k_{23,18} & \dots & k_{23,23} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} w_1 \\ \dots \\ w_6 \end{matrix} \right\}_1 \\ \left\{ \begin{matrix} w_7 \\ \dots \\ w_{12} \end{matrix} \right\}_2 \\ \left\{ \begin{matrix} w_{13} \\ \dots \\ w_{17} \end{matrix} \right\}_3 \\ \left\{ \begin{matrix} w_{18} \\ \dots \\ w_{23} \end{matrix} \right\}_4 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

dabei ist $k_{i,j}$ [kN/m] der Steifigkeitskoeffizient der Bodensteifigkeitsmatrix

Aufgrund der großen Starrheit des Pfahles entlang der Längsrichtung ist die Setzung an jedem Pfahl selbst konstant. Diese Annahme kann die Beziehung zwischen der konstanten Pfahlsetzung und der Kraft am Pfahlkopf in den Pfahlgruppen herstellen. Dies bedeutet, dass man alle Setzungen an jedem Pfahl durch eine konstante Setzung gleichstellen kann.

Durch Summierung der Reihen und Spalten, die dem Pfahl i in Gl. (2.36) entsprechen, erhält man:

$$\begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} \sum_{i=1}^6 Q_i \\ \dots \\ \sum_{i=7}^{12} Q_i \end{matrix} \right\}_1 \\ \left\{ \begin{matrix} \sum_{i=13}^{17} Q_i \\ \dots \\ \sum_{i=18}^{23} Q_i \end{matrix} \right\}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 k_{i,j} & \sum_{i=1}^6 \sum_{j=7}^{12} k_{i,j} & \sum_{i=1}^6 \sum_{j=13}^{17} k_{i,j} & \sum_{i=1}^6 \sum_{j=18}^{23} k_{i,j} \\ \sum_{i=7}^{12} \sum_{j=1}^6 k_{i,j} & \sum_{i=7}^{12} \sum_{j=7}^{12} k_{i,j} & \sum_{i=7}^{12} \sum_{j=13}^{17} k_{i,j} & \sum_{i=7}^{12} \sum_{j=18}^{23} k_{i,j} \\ \sum_{i=13}^{17} \sum_{j=1}^6 k_{i,j} & \sum_{i=13}^{17} \sum_{j=7}^{12} k_{i,j} & \sum_{i=13}^{17} \sum_{j=13}^{17} k_{i,j} & \sum_{i=13}^{17} \sum_{j=18}^{23} k_{i,j} \\ \sum_{i=18}^{23} \sum_{j=1}^6 k_{i,j} & \sum_{i=18}^{23} \sum_{j=7}^{12} k_{i,j} & \sum_{i=18}^{23} \sum_{j=13}^{17} k_{i,j} & \sum_{i=18}^{23} \sum_{j=18}^{23} k_{i,j} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} w_{O_1} \\ \dots \\ w_{O_4} \end{matrix} \right\}_1 \\ \left\{ \begin{matrix} w_{O_2} \\ \dots \\ w_{O_4} \end{matrix} \right\}_2 \\ \left\{ \begin{matrix} w_{O_3} \\ \dots \\ w_{O_4} \end{matrix} \right\}_3 \\ \left\{ \begin{matrix} w_{O_4} \\ \dots \\ w_{O_4} \end{matrix} \right\}_4 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

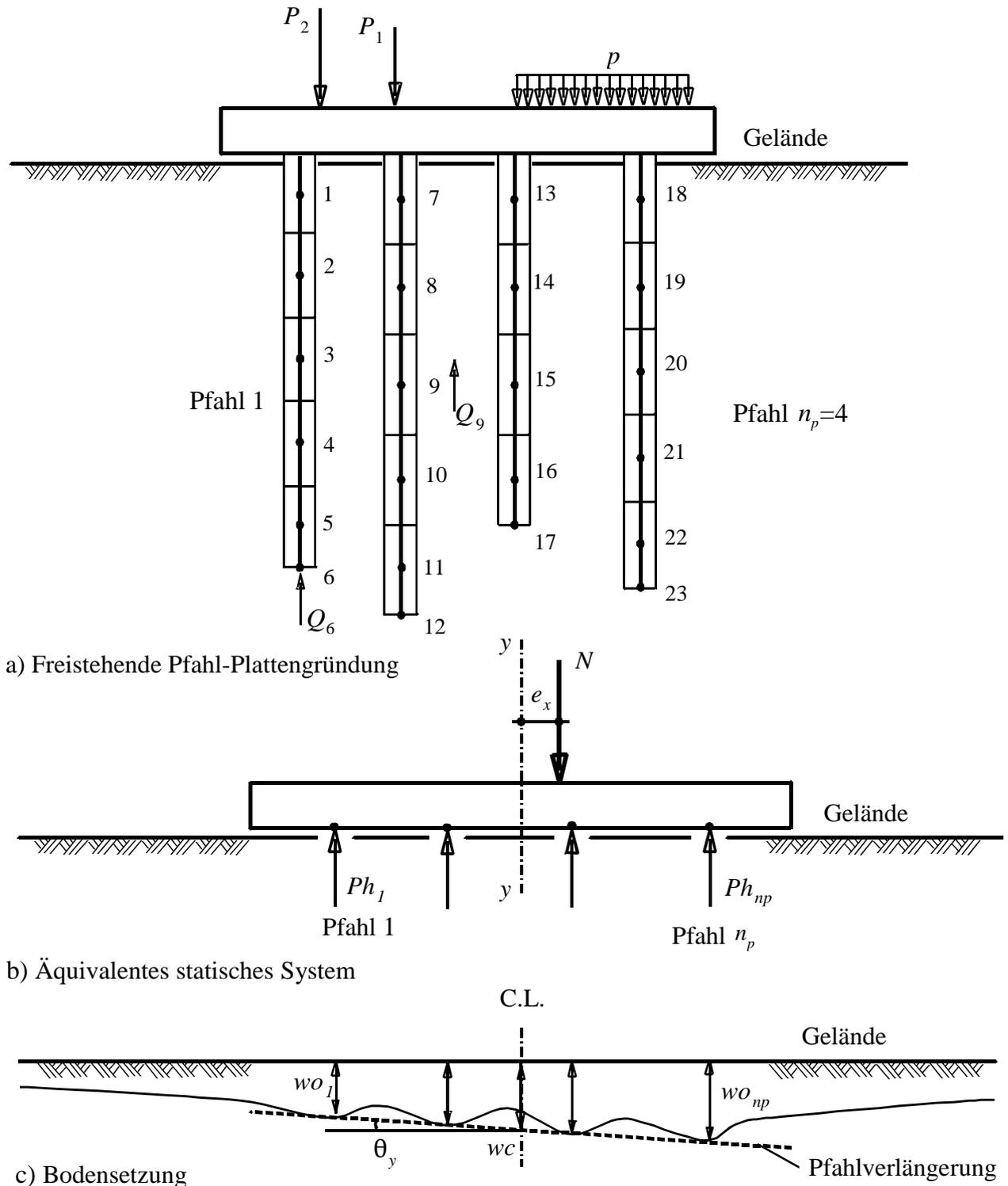


Bild 2-6 Modellierung der freistehenden Platte auf einer Pfahlgruppe

Dementsprechend kann Gl. (2.37) für die einfache Pfahlgruppe im Bild 2-6 in den zusammengesetzten Koeffizienten wie folgt neu geschrieben werden:

$$\begin{Bmatrix} Ph_1 \\ Ph_2 \\ Ph_3 \\ Ph_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} \\ K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} \\ K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} wo_1 \\ wo_2 \\ wo_3 \\ wo_4 \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

wobei:

wo_i Setzung im Pfahl i [m]

$K_{i,j}$ zusammengesetzter Koeffizient [kN/m]. Allgemein gilt $K_{i,j} = \sum_{n=n1}^{n2} \sum_{m=m1}^{m2} k_{n,m}$

Ph_i Kraft am Pfahlkopf des Pfahles i [kN]. Sie ergibt sich aus der Summe aller Sohlkräfte in diesem Pfahl. Allgemein gilt $Ph_i = \sum_{n=n1}^{n2} Q_n$

$n1 = 1 + \sum_{l=1}^{i-1} nn(l)$, $n2 = i$, $m1 = 1 + \sum_{l=1}^{j-1} nn(l)$ und $m2 = j$

$nn(l)$ Nummer der Knoten im Pfahl l

2.3.2 Berechnung einer Pfahlgruppe

Im allgemeinen Fall einer vollständig starren Platte ist die lineare Setzung der Platte an irgendeinem Punkt durch die vertikale Verschiebung wc der Mitte und durch zwei Verdrehungen θ_x um die x -Achse und θ_y um die y -Achse definiert. Die Setzung des Pfahles i mit den Koordinaten x und y , bezogen auf die Mitte, muss kompatibel mit der Setzung der Platte an diesem Punkt sein. Durch Bestimmen der Verschiebung wc und der Verdrehungen θ_x und θ_y erhält man die unbekannten Pfahlkopfkräfte und Setzungen.

2.3.2.1 Fall einer konstanten Setzung ($e_x = 0$ und $e_y = 0$)

Für eine freistehende Platte mit einer mittigen Last ist die Setzung konstant. Deshalb ist die Unbekannte des Problems auf n_p Pfahlkopfkräfte Ph_i und die starre Körperverschiebung wc auf allen Pfählen reduziert. Folglich kann man die Ableitung der konstanten Setzung für die starre freistehende Platte mit der Umrechnung der Setzung wo_i durch eine konstante Verschiebung wc an allen Pfählen der Pfahlgruppe erhalten. Nach Expandierung der Gl. (2.38) für alle Pfähle ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} Ph_1 &= K_{1,1}wc + K_{1,2}wc + K_{1,3}wc + \dots + K_{1,n_p}wc \\ Ph_2 &= K_{2,1}wc + K_{2,2}wc + K_{2,3}wc + \dots + K_{2,n_p}wc \\ Ph_3 &= K_{3,1}wc + K_{3,2}wc + K_{3,3}wc + \dots + K_{3,n_p}wc \\ &\dots \\ Ph_{n_p} &= K_{n_p,1}wc + K_{n_p,2}wc + K_{n_p,3}wc + \dots + K_{n_p,n_p}wc \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

Durch Summierung aller Kräfte auf den Pfahlköpfen ergibt sich folgende Beziehung:

$$\sum_{i=1}^{n_p} Ph_i = wc \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} \quad (2.40)$$

Gl. (2.40) kann in einfacher Form wie folgt neu geschrieben werden:

$$N = K_S wc \quad (2.41)$$

wobei die resultierende Kraft N die Summe aller Kräfte Ph_i auf den Pfahlköpfen ist:

$$N = \sum_{i=1}^{n_p} Ph_i \quad (2.42)$$

während der Modul K_S die Summe aller Ausdrücke $K_{i,j}$ ist

$$K_S = \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} \quad (2.43)$$

Die Gl. (2.41) gibt die lineare Beziehung zwischen der einwirkenden resultierenden Kraft N der Pfahlgruppe und die konstante Setzung wc an, welche analog zum *Hookeschen* Gesetz ist. Der Modul K_S ist die gesamte Bodensteifigkeit der Pfahlgruppe.

Durch Einsetzen der Verschiebung wc in Gl. (2.39) erhält man die Gl. (2.44) mit n_p unbekanntem Pfahlkopfkraften Ph_i .

$$Ph_i = wc \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} \quad (2.44)$$

Die Gl. (2.44) stellt die lineare Beziehung zwischen der Kraft am Pfahlkopf und die dazu gehörige Setzung in der Pfahlgruppe dar. Sie kann in vereinfachter Form wie folgt neu geschrieben werden:

$$Ph_i = k_{s_i} wc \quad (2.45)$$

wobei k_{s_i} [kN/m] der Modul der Bodensteifigkeit um den Pfahl i in der Pfahlgruppe ist. Er wird angegeben durch:

$$k_{s_i} = \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} \quad (2.46)$$

2.3.2.2 Fall einer einzelnen exzentrischen Last ($e_x \neq 0$)

Bei der starren Platte bestehen zwischen den Setzungen w_{0i} im Pfahl i mit dem Abstand x_i vom Geometrieflächenschwerpunkt im Fall einer einzelnen exzentrischen Last in x -Richtung die folgenden geometrischen Beziehungen:

$$w_{0i} = wc + x_i \tan \theta_y \quad (2.47)$$

wobei θ_y [Grad] der Verdrehungswinkel der Platte um die y -Achse ist.

Analog zur Ableitung von wc werden die Kräfte auf den Pfahlköpfen in der Gl. (2.39) erweitert:

$$\left. \begin{aligned} Ph_1 &= K_{1,1} w_{01} + K_{1,2} w_{02} + K_{1,3} w_{03} + \dots + K_{1,n_p} w_{0n_p} \\ Ph_2 &= K_{2,1} w_{01} + K_{2,2} w_{02} + K_{2,3} w_{03} + \dots + K_{2,n_p} w_{0n_p} \\ Ph_3 &= K_{3,1} w_{01} + K_{3,2} w_{02} + K_{3,3} w_{03} + \dots + K_{3,n_p} w_{0n_p} \\ &\dots \\ Ph_{n_p} &= K_{n_p,1} w_{01} + K_{n_p,2} w_{02} + K_{n_p,3} w_{03} + \dots + K_{n_p,n_p} w_{0n_p} \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

Multipliziert man beide Seiten einer Reihe i in Gl. (2.48) mit x_i , erhält man das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\left. \begin{aligned} Ph_1 x_1 &= x_1 K_{1,1} w_{01} + x_1 K_{1,2} w_{02} + x_1 K_{1,3} w_{03} + \dots + x_1 K_{1,n_p} w_{0n_p} \\ Ph_2 x_2 &= x_2 K_{2,1} w_{01} + x_2 K_{2,2} w_{02} + x_2 K_{2,3} w_{03} + \dots + x_2 K_{2,n_p} w_{0n_p} \\ Ph_3 x_3 &= x_3 K_{3,1} w_{01} + x_3 K_{3,2} w_{02} + x_3 K_{3,3} w_{03} + \dots + x_3 K_{3,n_p} w_{0n_p} \\ &\dots \\ Ph_{n_p} x_{n_p} &= x_{n_p} K_{n_p,1} w_{01} + x_{n_p} K_{n_p,2} w_{02} + x_{n_p} K_{n_p,3} w_{03} + \dots + x_{n_p} K_{n_p,n_p} w_{0n_p} \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Um die Sohlkräfte aus der Gl. (2.49) zu eliminieren, bildet man die Summe aller $Ph_i x_i$ wie folgt:

$$\sum_{i=1}^{n_p} Ph_i x_i = \sum_{i=1}^{n_p} x_i \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} w_{0j} \quad (2.50)$$

Setzt man die Gl. (2.47) in Gl. (2.50) ein, ergibt sich:

$$\sum_{i=1}^{n_p} Ph_i x_i = \sum_{i=1}^{n_p} x_i \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} (wc + x_j \tan \theta_y) \quad (2.51)$$

Allerdings muss das Moment infolge der Resultierenden N um die y -Achse gleich der Summe der Momente infolge aller Kräfte auf den Pfahlköpfen Ph_i um diese Achse sein:

$$N e_x = Ph_1 x_1 + Ph_2 x_2 + Ph_3 x_3 + \dots + Ph_{n_p} x_{n_p} = \sum_{i=1}^{n_p} Ph_i x_i \quad (2.52)$$

Durch Einsetzen der Gl. (2.51) in die Gl. (2.52) werden die Kräfte auf den Pfahlköpfen aus der Gl. (2.52) eliminiert. Die starre Verdrehung θ_y um die y -Achse wird angegeben durch:

$$\tan \theta_y = \frac{N e_x - wc \sum_{i=1}^{n_p} x_i \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n_p} x_i \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} x_j} \quad (2.53)$$

Durch Einsetzen des Wertes von $\tan \theta_y$ in Gl. (2.47) erhält man n_p unbekannte Setzungen w_{o_i} . Dann werden die Setzungen w_{o_i} in der Gl. (2.48) substituiert und man erhält n_p unbekannte Kräfte auf den Pfahlköpfen Ph_i :

$$Ph_i = wc \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} + \tan \theta_y \sum_{j=1}^{n_p} x_j K_{i,j} \quad (2.54)$$

Die Steifigkeit ks_i des benachbarten Bodens am Pfahl i in der Pfahlgruppe ergibt sich aus:

$$ks_i = \frac{Ph_i}{wc + x_i \tan \theta_y} \quad (2.55)$$

2.3.2.3 Fall einer einzelnen exzentrischen Last ($e_y \neq 0$)

Die Setzung w_{o_i} am Pfahl i , der einen Abstand y_i vom Geometrieflächenschwerpunkt im Fall einer exzentrischen Einzellast um die y -Achse hat, ist gegeben durch:

$$w_{o_i} = wc + y_i \tan \theta_x \quad (2.56)$$

Die Ableitung einer freistehenden starren Platte im Fall einer exzentrischen Last um die y -Achse kann in ähnlicher Weise wie beim oben genannten Verfahren durchgeführt werden, was zu der folgenden Gl. (2.57) der Verdrehung θ_x um die x -Achse führt:

$$\tan \theta_x = \frac{N e_y - wc \sum_{i=1}^{n_p} y_i \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n_p} y_i \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} y_j} \quad (2.57)$$

während die Kraft am Pfahl folgendermaßen berechnet wird:

$$Ph_i = wc \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} + \tan \theta_x \sum_{j=1}^{n_p} y_i K_{i,j} \quad (2.58)$$

Die Steifigkeit ks_i des benachbarten Bodens am Pfahl i in der Pfahlgruppe erhält man durch:

$$ks_i = \frac{Ph_i}{wc + y_i \tan \theta_x} \quad (2.59)$$

Allgemeiner Fall einer doppelten exzentrischen Last ($e_x \neq 0$ und $e_y \neq 0$)

Die Setzung w_{o_i} im allgemeinen Fall einer exzentrischen Last an jedem möglichen Pfahl i mit den Koordinaten x_i und y_i vom Geometrie-flächenschwerpunkt wird berechnet durch:

$$w_{o_i} = wc + x_i \tan \theta_y + y_i \tan \theta_x \quad (2.60)$$

während die Kraft am Pfahlkopf gegeben ist durch:

$$Ph_i = wc \sum_{j=1}^{n_p} K_{i,j} + \tan \theta_y \sum_{j=1}^{n_p} x_i K_{i,j} + \tan \theta_x \sum_{j=1}^{n_p} y_i K_{i,j} \quad (2.61)$$

Die Steifigkeit ks_i des benachbarten Bodens am Pfahl i in der Pfahlgruppe wird gegeben durch:

$$ks_i = \frac{Ph_i}{wc + x_i \tan \theta_y + y_i \tan \theta_x} \quad (2.62)$$

Sobald die Setzungen w_{o_i} an den Pfählen festgestellt sind, können die Sohlkräfte entlang des Pfahlschaftes und an der Pfahlspitze durch die Gl. (2.35) errechnet werden.

2.4 Modellierung einer Pfahl-Plattengründung

2.4.1 Bodensteifigkeit einer Pfahl-Plattengründung

Für die komplette Berechnung einer Pfahl-Plattengründung muss die Interaktion Pfahl-Boden-Platte und Platte-Boden-Platte zusätzlich zu der Interaktion Pfahl-Boden-Pfahl in Betracht gezogen werden. Um die Formulierung der zusammengesetzten Koeffiziententechnik für Pfahl-Plattengründungen zu veranschaulichen, wird die einfache Pfahl-Plattengründung im Bild 2-7 betrachtet. Sie besteht aus $n_p = 4$ Pfählen und hat eine Gesamtkontaktknotenzahl von $n_{pr} = 33$ der Platte und der Pfähle mit dem Boden. Wenn die Platte alleine ohne Pfähle berechnet wird, reduziert sich die Anzahl ihrer Knoten auf $n_r = 14$. In der Berechnung wird die Kontaktfläche in dreieckige und/ oder rechteckige Elemente unterteilt, während der Pfahlschaft in zylinderförmige Elemente und der Pfahlfuß in kreisförmige Elemente unterteilt werden. Der Sohldruck unter der Platte, auf den Pfahlschäften oder auf den Pfahlfüßen wird durch eine Reihe von Sohlkräften an den Knoten dargestellt. Für die Gruppe der 33 Knoten der Pfahl-Plattengründung wird die Beziehung zwischen den Bodensetzungen und den Sohlkräften wie folgt ausgedrückt:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \left. \begin{matrix} w_3 \\ \dots \\ w_8 \end{matrix} \right\} p_1 \\ w_9 \\ w_{10} \\ \left. \begin{matrix} w_{11} \\ \dots \\ w_{16} \end{matrix} \right\} p_2 \\ \dots \\ w_{33} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1,1} & I_{1,2} & I_{1,3} & \dots & I_{1,8} & I_{1,9} & I_{1,10} & I_{1,11} & \dots & I_{1,16} & \dots & I_{1,33} \\ I_{2,1} & I_{2,2} & I_{2,3} & \dots & I_{2,8} & I_{2,9} & I_{2,10} & I_{2,11} & \dots & I_{2,16} & \dots & I_{2,33} \\ I_{3,1} & I_{3,2} & I_{3,3} & \dots & I_{3,8} & I_{3,9} & I_{3,10} & I_{3,11} & \dots & I_{3,16} & \dots & I_{3,33} \\ \dots & \dots \\ I_{8,1} & I_{8,2} & I_{8,3} & \dots & I_{8,8} & I_{8,9} & I_{8,10} & I_{8,11} & \dots & I_{8,16} & \dots & I_{8,33} \\ I_{9,1} & I_{9,2} & I_{9,3} & \dots & I_{9,8} & I_{9,9} & I_{9,10} & I_{9,11} & \dots & I_{9,16} & \dots & I_{9,33} \\ I_{10,1} & I_{10,2} & I_{10,3} & \dots & I_{10,8} & I_{10,9} & I_{10,10} & I_{10,11} & \dots & I_{10,16} & \dots & I_{10,33} \\ I_{11,1} & I_{11,2} & I_{11,3} & \dots & I_{11,8} & I_{11,9} & I_{11,10} & I_{11,11} & \dots & I_{11,16} & \dots & I_{11,33} \\ \dots & \dots \\ I_{16,1} & I_{16,2} & I_{16,3} & \dots & I_{16,8} & I_{16,9} & I_{16,10} & I_{16,11} & \dots & I_{16,16} & \dots & I_{16,33} \\ \dots & \dots \\ I_{33,1} & I_{33,2} & I_{33,3} & \dots & I_{33,8} & I_{33,9} & I_{33,10} & I_{33,11} & \dots & I_{33,16} & \dots & I_{33,33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \left. \begin{matrix} Q_3 \\ \dots \\ Q_8 \end{matrix} \right\} p_1 \\ Q_9 \\ Q_{10} \\ \left. \begin{matrix} Q_{11} \\ \dots \\ Q_{16} \end{matrix} \right\} p_2 \\ \dots \\ Q_{33} \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

dabei sind p_1, p_2, \dots Nummern der Pfähle

Die gesamte Flexibilitätsmatrix in Gl. (2.63) kann invertiert werden, um die Beziehung zwischen den Sohlkräften und den Knotensetzungen wie folgt anzugeben:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \\ Q_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} Q_3 \\ \dots \\ Q_8 \end{array} \right\}_{p1} \\ Q_9 \\ Q_{10} \\ \left\{ \begin{array}{l} Q_{11} \\ \dots \\ Q_{16} \end{array} \right\}_{p2} \\ \dots \\ Q_{33} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & \dots & k_{1,8} & k_{1,9} & k_{1,10} & k_{1,11} & \dots & k_{1,16} & \dots & k_{1,33} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & \dots & k_{2,8} & k_{2,9} & k_{2,10} & k_{2,11} & \dots & k_{2,16} & \dots & k_{2,33} \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & \dots & k_{3,8} & k_{3,9} & k_{3,10} & k_{3,11} & \dots & k_{3,16} & \dots & k_{3,33} \\ \dots & \dots \\ k_{8,1} & k_{8,2} & k_{8,3} & \dots & k_{8,8} & k_{8,9} & k_{8,10} & k_{8,11} & \dots & k_{8,16} & \dots & k_{8,33} \\ k_{9,1} & k_{9,2} & k_{9,3} & \dots & k_{9,8} & k_{9,9} & k_{9,10} & k_{9,11} & \dots & k_{9,16} & \dots & k_{9,33} \\ k_{10,1} & k_{10,2} & k_{10,3} & \dots & k_{10,8} & k_{10,9} & k_{10,10} & k_{10,11} & \dots & k_{10,16} & \dots & k_{10,33} \\ k_{11,1} & k_{11,2} & k_{11,3} & \dots & k_{11,8} & k_{11,9} & k_{11,10} & k_{11,11} & \dots & k_{11,16} & \dots & k_{11,33} \\ \dots & \dots \\ k_{16,1} & k_{16,2} & k_{16,3} & \dots & k_{16,8} & k_{16,9} & k_{16,10} & k_{16,11} & \dots & k_{16,16} & \dots & k_{16,33} \\ \dots & \dots \\ k_{33,1} & k_{33,2} & k_{33,3} & \dots & k_{33,8} & k_{33,9} & k_{33,10} & k_{33,11} & \dots & k_{33,16} & \dots & k_{33,33} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} w_1 \\ w_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} w_3 \\ \dots \\ w_8 \end{array} \right\}_{p1} \\ w_9 \\ w_{10} \\ \left\{ \begin{array}{l} w_{11} \\ \dots \\ w_{16} \end{array} \right\}_{p2} \\ \dots \\ w_{33} \end{array} \right\} \quad (2.64)$$

Wie oben angedeutet, setzt man die Setzungen aller Knoten an jedem Pfahl mit einer konstanten Setzung gleich. Bildet man die Summe der Reihen und Spalten an diesem Pfahl in der Gl. (2.64), erhält man die zusammengesetzten Koeffizienten mit der Kraft am Pfahlkopf Ph_i und die dazugehörige Setzung w_{oi} wie folgt:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 \\ Q_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=3}^8 Q_i \end{array} \right\}_{p1} \\ Q_9 \\ Q_{10} \\ \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=11}^{16} Q_i \end{array} \right\}_{p2} \\ \dots \\ Q_{33} \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \sum_{j=3}^8 k_{1,j} & k_{1,9} & k_{1,10} & \sum_{j=11}^{16} k_{1,j} & \dots & k_{1,33} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \sum_{j=3}^8 k_{2,j} & k_{2,9} & k_{2,10} & \sum_{j=11}^{16} k_{2,j} & \dots & k_{2,33} \\ \sum_{i=3}^8 k_{i,1} & \sum_{i=3}^8 k_{i,2} & \sum_{i=3}^8 \sum_{j=3}^8 k_{i,j} & \sum_{i=3}^8 k_{i,9} & \sum_{i=3}^8 k_{i,10} & \sum_{i=3}^8 \sum_{j=11}^{16} k_{i,j} & \dots & \sum_{i=3}^8 k_{i,33} \\ k_{9,1} & k_{9,2} & \sum_{j=3}^8 k_{9,j} & k_{9,9} & k_{9,10} & \sum_{j=11}^{16} k_{9,j} & \dots & k_{9,33} \\ k_{10,1} & k_{10,2} & \sum_{j=3}^8 k_{10,j} & k_{10,9} & k_{10,10} & \sum_{j=11}^{16} k_{10,j} & \dots & k_{10,33} \\ \sum_{i=11}^{16} k_{i,1} & \sum_{i=11}^{16} k_{i,2} & \sum_{i=11}^{16} \sum_{j=3}^8 k_{i,j} & \sum_{i=11}^{16} k_{i,9} & \sum_{i=11}^{16} k_{i,10} & \sum_{i=11}^{16} \sum_{j=11}^{16} k_{i,j} & \dots & \sum_{i=11}^{16} k_{i,33} \\ \dots & \dots \\ k_{33,1} & k_{33,2} & \sum_{j=3}^8 k_{33,j} & k_{33,9} & k_{33,10} & \sum_{j=11}^{16} k_{33,j} & \dots & k_{33,33} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} w_1 \\ w_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} w_{o1} \end{array} \right\}_{p1} \\ w_9 \\ w_{10} \\ \left\{ \begin{array}{l} w_{o2} \end{array} \right\}_{p2} \\ \dots \\ w_{33} \end{array} \right\} \quad (2.65)$$

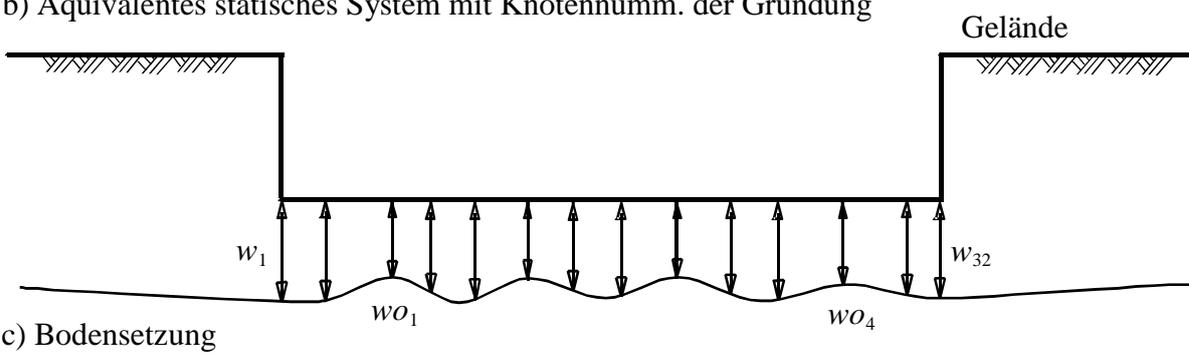
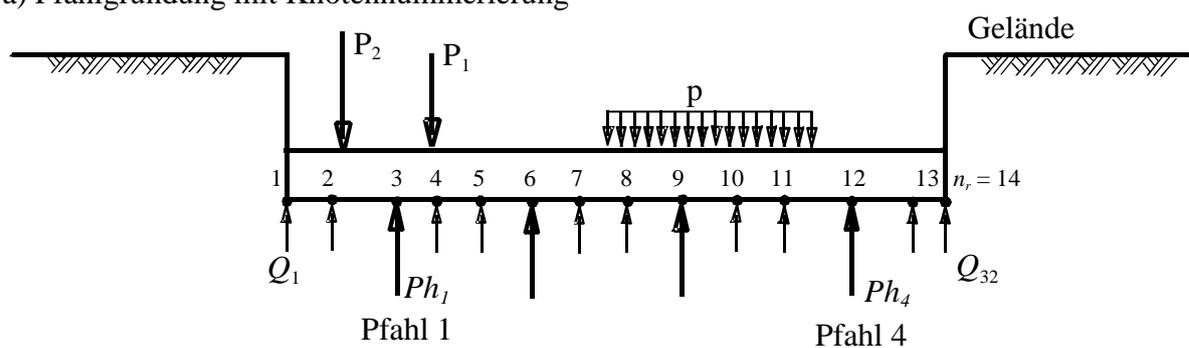
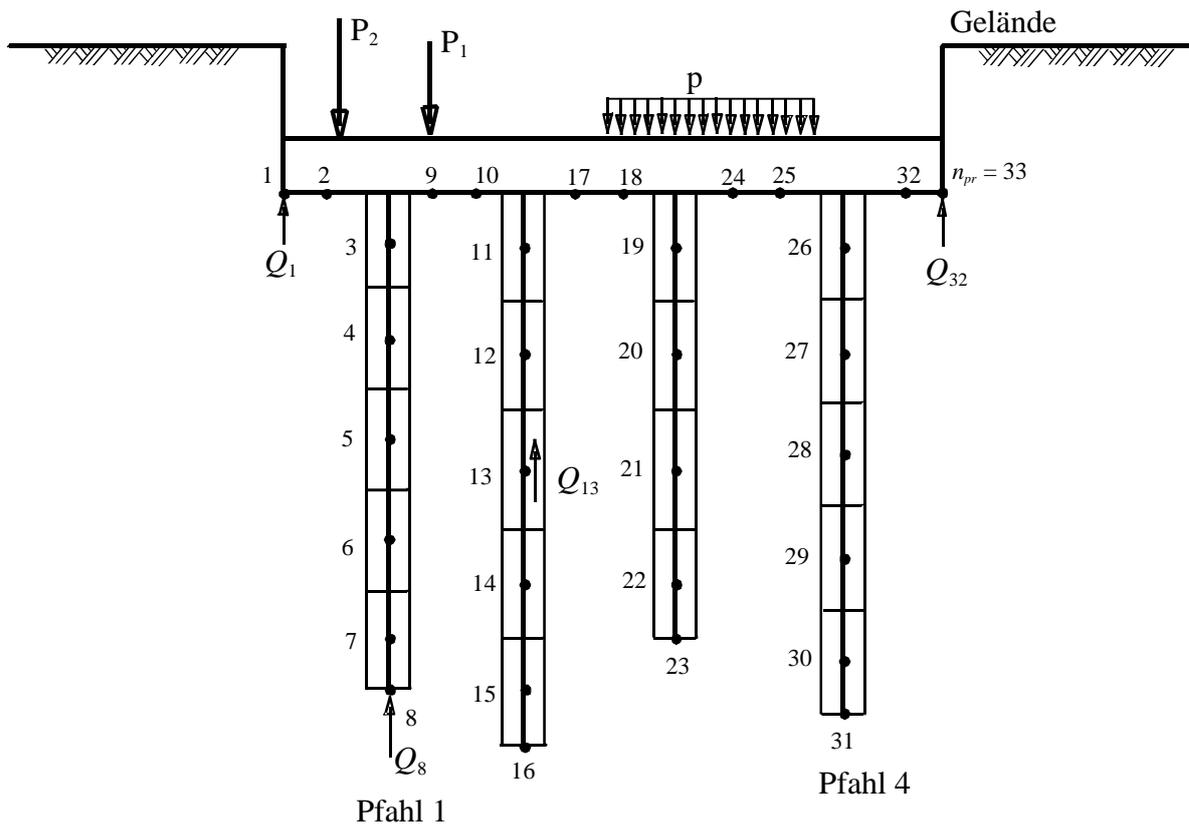


Bild 2-7 Modellierung einer Pfahl-Plattengründung

Dementsprechend wird die Gesamtsteifigkeitsmatrix der Pfahl-Plattengründung von der Größe $[n_{pr} * n_{pr}]$ auf die Größe $[n_r * n_r]$ reduziert. Das bedeutet, dass bei der zusammengesetzten Koeffiziententechnik die Bodensteifigkeitsmatrix beim Pfahlplattenproblem die gleiche Größe wie beim Plattenproblem ohne Pfähle hat.

Nun kann die Gl. (2.65) mit den zusammengesetzten Koeffizienten wie folgt neu geschrieben werden:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Ph_1 \\ Q_9 \\ Q_{10} \\ Ph_2 \\ \dots \\ Q_{33} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & K_{1,p1} & k_{1,9} & k_{1,10} & K_{1,p2} & \dots & k_{1,33} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & K_{2,p1} & k_{2,9} & k_{2,10} & K_{2,p2} & \dots & k_{2,33} \\ K_{p1,1} & K_{p1,2} & K_{p1,p1} & K_{p1,9} & K_{p1,10} & K_{p1,p2} & \dots & K_{p2,33} \\ k_{9,1} & k_{9,2} & K_{9,p1} & k_{9,9} & k_{9,10} & K_{9,p2} & \dots & k_{9,33} \\ k_{10,1} & k_{10,2} & K_{10,p1} & k_{10,9} & k_{10,10} & K_{10,p2} & \dots & k_{10,33} \\ K_{p2,1} & K_{p2,2} & K_{p2,p1} & K_{p2,9} & K_{p2,10} & K_{p2,p2} & \dots & K_{p2,33} \\ \dots & \dots \\ k_{33,1} & k_{33,2} & K_{33,p1} & k_{33,9} & k_{33,10} & K_{33,p2} & \dots & k_{33,33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_{O1} \\ w_9 \\ w_{10} \\ w_{O2} \\ \dots \\ w_{33} \end{Bmatrix} \quad (2.66)$$

wobei $K_{pi, pj}$, $K_{i, pj}$ und $K_{pi, j}$ [kN/m] die zusammengesetzten Koeffizienten der Pfahl-Plattengründung sind.

Basierend auf der Gl. (2.66) kann die Beziehung zwischen den Setzungen und den Sohlkräften der Pfahl-Plattengründung in komprimierter Matrixform wie folgt neu geschrieben werden:

$$\{Q\} = [kb] \{w\} \quad (2.67)$$

wobei:

- $\{w\}$ n_r Setzungsvektor
- $\{Q\}$ n_r Sohlkraftvektor
- $[kb]$ $n_r * n_r$ Bodensteifigkeitsmatrix der Pfahl-Plattengründung

Um die Formulierung zu vereinfachen, wird in den nächsten Abschnitten die Setzung der Plattenknoten oder des Pfahlkopfes mit w_i bezeichnet, während die Sohlkraft der Plattenknoten oder des Pfahlkopfes mit Q_i bezeichnet wird.

2.4.2 Berechnung einer Pfahl-Plattengründung für die schlaffe Platte

Im Fall der Berechnung einer völlig schlaffen Platte ist der Sohlkraftvektor $\{Q\}$ der Plattenknoten bekannt. Nur die Setzungen sind unbekannt. Der Vorteil der zusammengesetzten Koeffiziententechnik ist, dass die zusammengesetzte Bodensteifigkeitsmatrix invertiert werden kann, um eine zusammengesetzte Flexibilitätsmatrix zu erhalten.

Dementsprechend wird die Beziehung zwischen den Sohlkräften unter der schlaffen Platte, der Kräfte auf den Pfahlköpfen und den Knotensetzungen wie folgt formuliert:

$$\{w\} = [Cb] \{Q\} \quad (2.68)$$

wobei $[Cb] = n_r * n_r$ die Flexibilitätsmatrix der Pfahl-Plattengründung ist, $[Cb] = [kb]^{-1}$.

2.4.3 Berechnung einer Pfahl-Plattengründung für die starre Platte

Für eine Pfahl-Plattengründung mit einer starren Platte sind die Unbekannten des Interaktionsproblems n_r die Sohlkräfte Q_i , die starre Körperverschiebung der Pfahl-Plattengründung wc und die starren Körperverdrehungen θ_x und θ_y der Pfahl-Plattengründung um die Achsen des Geometrieschwerpunkts. Diese erhält man, indem man die n_r kompatiblen Gleichungen der Verschiebung der starren Pfahl-Plattengründungen und die Setzung des Bodens in n_r Knotenpunkten zusätzlich mit den drei Gleichungen des gesamten Gleichgewichts betrachtet.

Wegen der Starrheit der Pfahl-Plattengründung drückt die folgende lineare Beziehung (ebene Verschiebung) die Setzung w_i entweder an einem Knoten in der Platte oder an einem Pfahl mit den Koordinaten (x_i, y_i) vom Geometrieschwerpunkt so aus:

$$w_i = wc + x_i \tan \theta_y + y_i \tan \theta_x \quad (2.69)$$

Gl. (2.69) in Matrizenform für die gesamte Platte wird wie folgt geschrieben:

$$\{w\} = [X]^T \{\Delta\} \quad (2.70)$$

wobei:

- $\{\Delta\}$ 3 Vektor der Verschiebung wc des Plattenmittelpunkts und die Verdrehungen $\tan \theta_y$ und $\tan \theta_x$
 $[X]^T$ 3 * n Vektor der Matrix $\{1, x_i, y_i\}$, x_i, y_i sind die Koordinaten des Knotens i

Für das Gleichgewicht müssen die folgenden Bedingungen erfüllt werden:

- Die Resultierende der externen vertikalen Kräfte, die auf die Platte wirken, muss mit der Summe der Sohlkräfte und der Pfahllasten gleich sein
- Das Moment infolge dieser Resultierenden, entweder um die x - oder um die y -Achse, muss gleich der Summe der Momente infolge der Sohlkräfte und der Pfahllasten um diese Achsen sein

Nimmt man Q_i als ein Symbol, um entweder Pfahllast Ph_i oder Sohlkraft Q_i im Netz darzustellen, ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} N &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n \\ N \cdot e_x &= Q_1 \cdot x_1 + Q_2 \cdot x_2 + Q_3 \cdot x_3 + \dots + Q_n \cdot x_n \\ N \cdot e_y &= Q_1 \cdot y_1 + Q_2 \cdot y_2 + Q_3 \cdot y_3 + \dots + Q_n \cdot y_n \end{aligned} \right\} \quad (2.71)$$

wobei:

- N Resultierende der Lasten, die auf die Platte einwirken [kN]
- $N e_x$ Momente infolge der Resultierenden um die x -Achse, $M_x = N e_x$ [kN.m]
- $N e_y$ Momente infolge der Resultierenden um die y -Achse, $M_y = N e_y$ [kN.m]
- e_x, e_y Exzentrizitäten der Resultierenden um die x - und y -Achse [m]
- x_i, y_i Koordinaten der Last Q_i [m]

Gl. (2.71) in Matrizenform für die gesamte Kombinierte Pfahl-Plattengründung wird wie folgt neu geschrieben:

$$\{N\} = [X] \{Q\} \quad (2.72)$$

Dabei ist $\{N\}$ der Vektor der resultierenden Kräfte und Momente auf der Platte.

Setzt man die Gln. (2.67) und (2.70) in Gl. (2.72) ein, so erhält man folgendes lineare Gleichungssystem für die Pfahl-Plattengründung mit einer starren Platte:

$$\{N\} = [X][kb][X]^T \{\Delta\} \quad (2.73)$$

Durch Lösung dieser Gl. (2.70) ergeben sich w_c , $\tan \theta_x$ und $\tan \theta_y$. Mit diesen Werten ergibt sich aus den Gln. (2.70) und (2.67) folgende Gleichung zur Bestimmung der n unbekannt Pfahllasten und Sohlkräfte:

$$\{Q\} = [kb][X]^T \{\Delta\} \quad (2.74)$$

2.4.4 Berechnung einer Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte

Es ist möglich, die Gründungsplatte als eine elastische Platte auf starren Pfählen zu behandeln. Nach der FE-Methode kann die Grundformulierung der Gleichgewichtsgleichung für die Platte in allgemeiner Form durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$[kr] \{\delta\} = \{P\} - \{Q\} \quad (2.75)$$

wobei:

- $\{P\}$ $3 * n_r$ Vektor der Kräfte (enthält Wirkung und Rückwirkung auf die Platte)
- $[kr]$ $3 n_r * 3 n_r$ Steifigkeitsmatrix für die Platte
- $\{\delta\}$ $3 * n_r$ Verformungsvektor der Platte

Berechnet man eine elastische Gründungsplatte auf einer Pfahlgruppe, wird die elastische Stauchung des Pfahles zu der Pfahlsetzung in der Gl. (2.68) addiert. Die elastische Stauchung des Pfahles i wird wie folgt ausgedrückt:

$$\Delta_i = \frac{Ph_i l_i}{Ep_i Ap_i} \quad (2.76)$$

wobei:

- Δ_i Elastische Stauchung des Pfahles i [m]
 l_i Länge des Pfahles i [m]
 Ap_i Querschnittsfläche des Pfahles i [m²]
 Ep_i Elastizitätsmodul des Pfahles i [kN/m²]

Die Gl. (2.76) wird für die gesamte Pfahl-Plattengründung in Matrixform wie folgt geschrieben:

$$\{wp\} = [Cp]\{Ph\} \quad (2.77)$$

wobei:

- $\{wp\}$ Elastischer Stauchungsvektor
 $[Cp]$ Elastische Pfahlmatrix, welche eine diagonale Matrix ist
 $\{Ph\}$ Vektor der Kräfte auf den Pfahlköpfen

Um den Einfluss der Pfahlstauchung zu berücksichtigen, wird der elastische Koeffizient des Pfahles i in der Matrix $[Cp]$ zu den Flexibilitätskoeffizienten dieses Pfahles in der Matrix $[Cb]$ in der Gl. (2.68) wie folgt addiert:

$$\{w\} = [[Cb] + [Cp]]\{Q\} \quad (2.78)$$

Durch Inversion der gesamten Flexibilitätsmatrix $[[Cb] + [Cp]]$ erhält man die gesamte Steifigkeitsmatrix der Pfahl-Plattengründung $[kp]$ mit dem Einfluss der Pfahlsteifigkeit infolge des elastischen Materials.

$$\{Q\} = [kp]\{w\} \quad (2.79)$$

wobei $[kp]$ $n_r \cdot n_r$ die Steifigkeitsmatrix der Pfahl-Plattengründung mit dem Einfluss des elastischen Pfahlmaterials ist, $[kp] = [[Cb] + [Cp]]^{-1}$.

Setzt man Gl. (2.79) in Gl. (2.75) ein, ergibt sich:

$$[kr]\{\delta\} = \{P\} - [kp]\{w\} \quad (2.80)$$

Betrachtet man die Kompatibilität zwischen der Verschiebung der Pfahl-Plattengründung δ_i und der Setzung des Bodens s_i , erhält man das folgende lineare Gleichungssystem der Pfahl-Plattengründung mit einer elastischen Platte:

$$[[kp] + [kr]]\{\delta\} = \{P\} \quad (2.81)$$

Durch Lösung des oben genannten linearen Gleichungssystems erhält man die Verschiebung an jedem Knoten der Gründungsplatte, welche gleich der Bodensetzung an diesem Knoten ist. Setzt man die Setzung des Bodens aus Gl. (2.81) in Gl. (2.66) ein, kann man die Sohlkräfte auf der Gründungsplatte und die Kräfte auf den Pfahlköpfen errechnen.

Sofern man die Setzungen auf den Pfählen w_{0i} in den drei oben genannten Fällen der Pfahl-Plattengründungen ermittelt hat, kann man die einzelnen Kräfte entlang des Pfahlschaftes und auf dem Pfahlfuß durch die Gl. (2.64) erhalten.

2.5 Nichtlineare Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion (NPRH)

2.5.1 Nichtlineare Berechnung eines starren Einzelpfahles

Die nichtlineare Berechnung ist eine wichtige Betrachtung, weil es sein kann, dass die Pfähle bis an die Grenze ihrer Tragfähigkeit belastet sind. Die nichtlineare Beziehung zwischen der Last und der Setzung des Pfahles wird anhand einer hyperbolischen Last-Setzungsbeziehung beschrieben. Das Bild 2-8 zeigt eine typische nichtlineare Kurve der Last-Setzung für eine umfangreiche Reihe von Böden. Die Kurve kann durch eine hyperbolische Interpolationsformel angenähert werden. Mehrere Gleichungsformen sind verfügbar, um diese Kurve zu überprüfen.

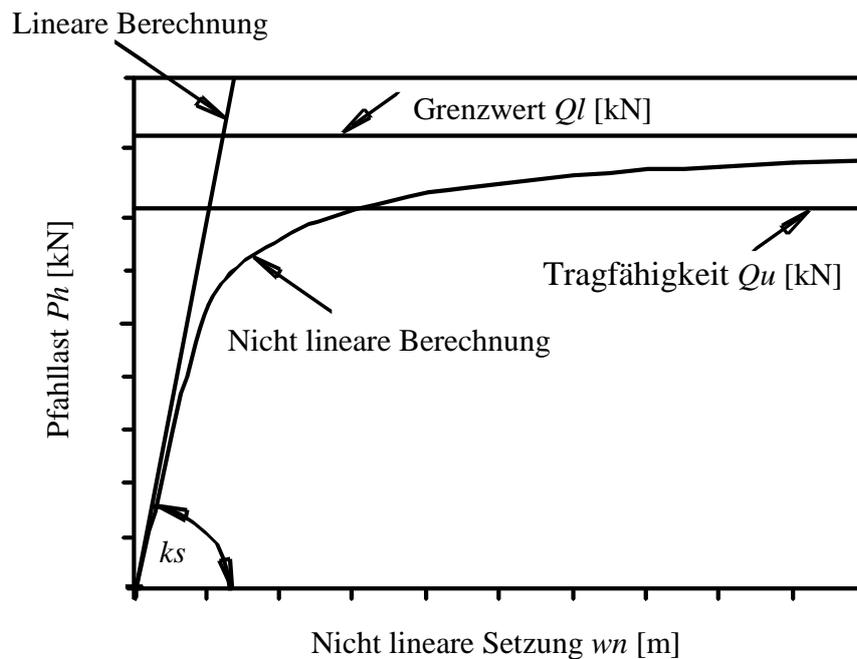


Bild 2-8 Last-Setzungskurve eines Einzelpfahles (hyperbolische Beziehung)

Mehrere Verfahren wurden entwickelt, um das nichtlineare Verhalten im Pfahl-Boden-System anhand einer hyperbolischen Beziehung zwischen Last und Setzung zu beschreiben. *Fleming* (1992) entwickelte ein Verfahren, um das Lastverformungsverhalten eines Einzelpfahles mit Verwendung von zwei getrennten hyperbolischen Funktionen auszuwerten. Das Verhalten von Schaft und Pfahlfuß wird individuell unter der einwirkenden Last beschrieben.

Die Berechnung von nichtlinearem Verhalten durch die hyperbolische Funktion wurde von *Mandolini/Viggiani* (1997) für Pfahlgruppen und von *Russo* (1998) für Pfahl-Plattengründungen benutzt. Die Pfähle werden als nichtlineare interagierende Federn basierend auf der Methode der Interaktionsfaktoren berechnet. *Basile* (1999) setzt voraus, dass der Elastizitätsmodul des Bodens mit dem Spannungsniveau der Pfahl-Boden-Interaktion unter Verwendung einer hyperbolischen Spannungsdehnungsbeziehung variiert.

Die nichtlineare Berechnung der Gründungen mit dem Bettungsmodulverfahren wurde von *Baz* (1987) für Trägerroste und von *Hasnien* (1993) für Gründungsplatten durchgeführt. *El Gendy* (1999) erweiterte diese Berechnung und ermöglichte damit die Anwendung mit dem Steifemo-

dulverfahren für Gründungsplatten. Die zusammengesetzte Koeffiziententechnik, die in den vorherigen Abschnitten vorgestellt wurde, ermöglicht die Anwendung dieser Berechnung für die Pfahlprobleme. Das nichtlineare Verhalten der Pfahlkopflast-Setzung an der Pfahl-Plattengründung-Bodengrenzfläche kann wie folgt dargestellt werden:

$$Ph = \frac{wn}{\frac{1}{ks} + \frac{wn}{Ql}} \quad (2.82)$$

wobei:

wn nichtlineare Setzung des Pfahles [m]
 Ql Grenzpfalllast [kN]

Aus Bild 2-8 und der Gl. (2.82) wird deutlich, wie leicht man den Anfangstangentenmodul des Einzelpfahles aus der linearen Berechnung des Pfahles erhalten kann, der gleich dem Modul der Bodensteifigkeit ks ist. Die Grenzpfalllast Ql ist ein geometrischer Parameter der hyperbolischen Beziehung. In einigen Fällen ist der Wert von Ql von der tatsächlichen Tragfähigkeitpfahl-last unterschiedlich. Für einen Einzelpfahl ist die Kraft auf dem Pfahlkopf ph bekannt. Folglich ergibt die Gl. (2.82) direkt die nichtlineare Setzung des Pfahles wn .

2.5.2 Nichtlineare Berechnung einer Pfahlgruppe, einer Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte und einer Pfahl-Plattengründung für die starre Platte

Die nichtlineare Berechnung der Pfahl-Plattengründung basiert auch auf der in Abschnitt 2.5.1 gezeigten hyperbolischen Beziehung. Der Anfangstangentenmodul der hyperbolischen Beziehung kann aus der linearen Berechnung der Pfahl-Plattengründung wie folgt erhalten werden:

$$ks_i = \frac{Ph_i^o}{wo_i^o} \quad (2.83)$$

wobei:

Ph_i^o Last auf dem Pfahlkopf aus der linearen Berechnung [kN]
 wo_i^o Pfahlsetzung aus der linearen Berechnung [m]
 i Pfahlnummer
 o Index, bezeichnet die erste Berechnung in der Iteration (lineare Berechnung)

2.5.3 Iterationsverfahren

Ein Iterationsverfahren wird vorgeschlagen, um das System von linearen Gleichungen der kombinierten Pfahl-Plattengründung zu lösen. Der Leitgedanke dieses Verfahrens ist, dass die Steifigkeitsmatrix $[kb]$ der starren Gründungsplatte oder $[kp]$ der elastischen Gründungsplatte in eine diagonale Steifigkeitsmatrix $[ke]$ umgewandelt wird. Steifigkeitskoeffizienten dieser Matrix, die Knotenplattesteifigkeit und Pfahlsteifigkeit darstellen, sind durch die Sohlkraft und ihre entsprechende Setzung bestimmt. Allein die Steifigkeit des Pfahles wird nach jedem Ablauf des Iterationsprozesses modifiziert. Mit Hilfe der äquivalenten diagonalen Matrix werden die Gleichungen der Pfahl-Plattengründung für jeden Iterationsschritt gelöst, bis die Kompatibilität zwischen Platte, Pfählen und Boden erreicht ist.

Bild 2-9 zeigt Iterationsschritte und Ablaufdiagramm des Iterationsprozesses zu diesem Verfahren. Der Iterationsprozess des Verfahrens kann nach den folgenden Schritten beschrieben werden:

- 1 Durchführung der linearen Berechnung der Pfahl-Plattengründung, indem man eine der linearen Gleichungen (2.73) oder (2.81) löst, um die Setzungen $\{w\}$ zu erhalten
- 2 Ermitteln der Sohlkräfte an den Knoten $\{Q\}$ infolge der berechneten Setzungen mit der Gl. (2.74) für die starre Platte und mit der Gl. (2.79) für die elastische Platte
- 3 Ermitteln der Knotensteifigkeit an der Platte und an den Pfahlköpfen mit den berechneten Setzungen und Sohlkräften

$$ke_i = \frac{Q_i}{w_i} \quad (2.84)$$

- 4 Modifizierung der Pfahlsteifigkeit durch:

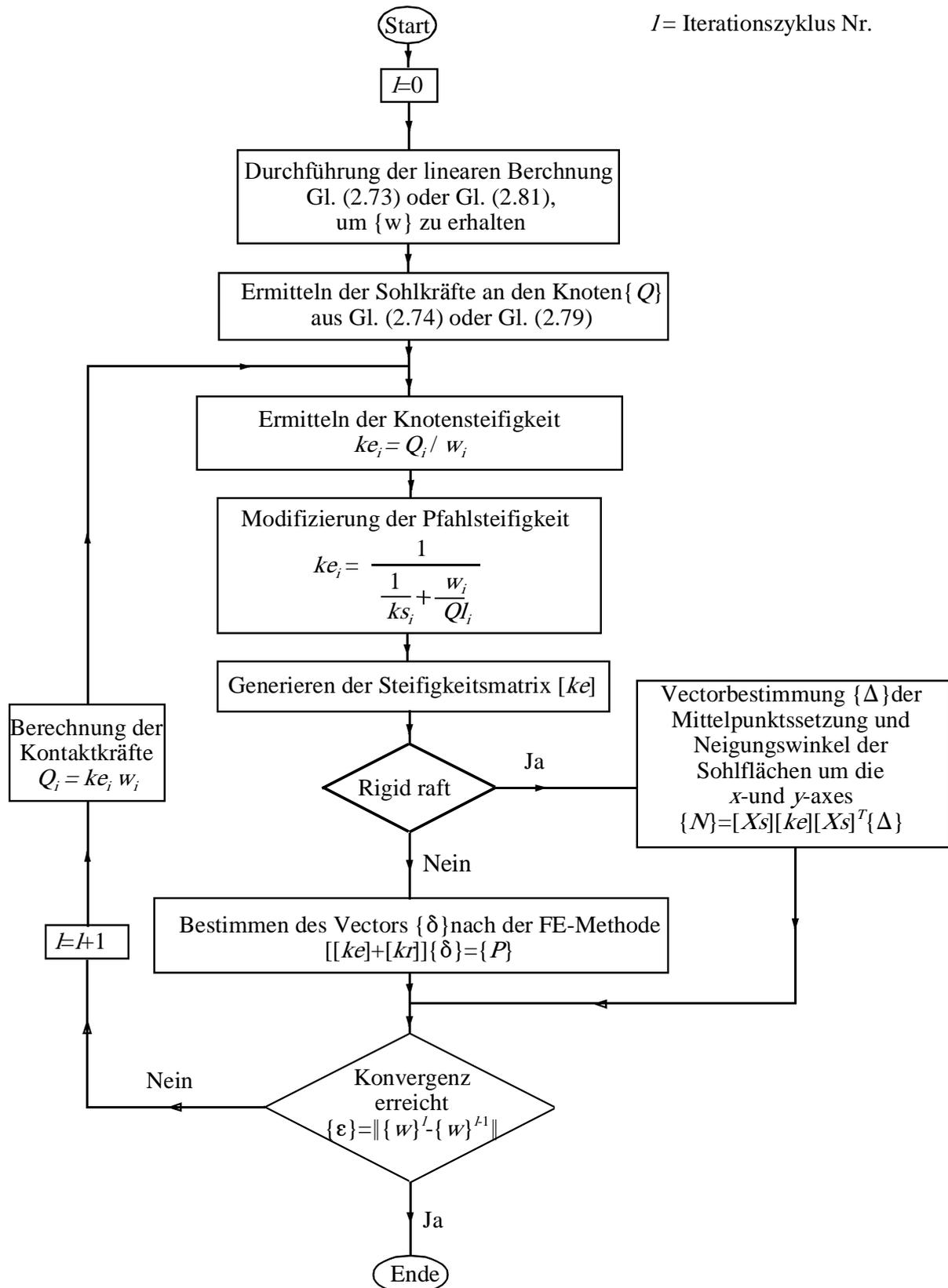
$$ke_i = \frac{1}{\frac{1}{ks_i} + \frac{w_i}{Ql_i}} \quad (2.85)$$

- 5 Konvertieren der Bodensteifigkeitsmatrix (Matrix $[kb]$ oder Matrix $[kp]$) in eine äquivalente diagonale Steifigkeitsmatrix $[ke]$. Diese Matrix kann mit der Knotensteifigkeit der Platte, die im 3. Schritt errechnet wurde, und mit der Pfahlsteifigkeit, die im 4. Schritt ermittelt wurde, generiert werden
- 6 Ersetzen der vollständigen Matrix durch die diagonale Matrix $[ke]$. Durchführung der nichtlinearen Berechnung der Pfahl-Plattengründung, um die Setzungen $\{w\}$ zu erhalten
- 7 Berechnung der Sohlkraft unter der Platte und der Kraft auf dem Pfahlkopf durch:

$$Q_i = ke_i w_i \quad (2.86)$$

- 8 Vergleich zwischen der Setzung aus Schritt i und der aus Schritt $i + 1$, um die Genauigkeit der Lösung zu finden

Die Schritte 3 bis 8 sind so lange zu wiederholen, bis die gewünschte Genauigkeit ε erreicht ist, was bedeutet, dass eine ausreichende Kompatibilität zwischen den Setzungen von Pfählen, Platte und Boden in der Pfahl-Platten-Boden-Schnittstelle erreicht ist. Allerdings wird in der Berechnung das nichtlineare Verhalten nur auf die Pfähle angewendet. Das nichtlineare Verhalten der Platte kann leicht für die Pfahl-Plattengründung hinzugefügt werden, wie *El Gendy* (1999) angedeutet hat.

Bild 2-9 Ablaufdiagramm des Iterationsprozesses im Programm *ELPLA*

2.6 Zahlenbeispiele

Die numerischen Modelle für Einzelpfahl, Pfahlgruppe und Pfahl-Plattengründung, die in diesem Abschnitt beschrieben sind, wurden im Programm *ELPLA* eingesetzt. Um die numerischen Modelle zu überprüfen und auszuwerten, wurde eine Vergleichsserie durchgeführt, wobei die Ergebnisse von *ELPLA* mit denen von vorhandenen Verfahren verglichen wurden.

2.6.1 Testbeispiel: Auswertung des Setzungseinflussfaktors I_1 für einen Einzelpfahl

Die meisten Berechnungen von Pfahl-Plattengründungen wenden eine numerische Integration mit Hilfe der *Mindlinschen* Lösung an, um Flexibilitätskoeffizienten der Pfähle zu bestimmen. Die Anwendung einer numerischen Integration in der Berechnung von Pfahl-Plattengründung führt zu erheblichen Berechnungen, besonders bei großen Pfahl-Plattengründungsproblemen. In diesem Untersuchungsfall werden von *Mindlinschen* Lösungen abgeleitete geschlossene Formgleichungen bei allen Berechnungen verwendet. Um diese Gleichungen für das Bestimmen von Flexibilitätskoeffizienten zu überprüfen, werden die Setzungseinflussfaktoren I_1 für einen Einzelpfahl, die von *Poulos* (1968) und *Poulos/Davis* (1968) erhalten werden, mit denen aus den geschlossenen Formgleichungen von Abschnitt 1 verglichen.

Bei der Berechnung des Einzelpfahles nach *Poulos/Davis* (1968) wird die Setzung eines Einzelpfahles wie folgt ausgedrückt:

$$s_1 = \frac{P}{L E_s} I_1 \quad (2.87)$$

wobei:

- P Last auf dem Pfahlkopf [kN]
- L Pfahllänge [m]
- E_s Elastizitätsmodul des Bodens [kN/m²]
- I_1 Setzungseinflussfaktor für einen Einzelpfahl [-]

Ein Pfahl der Länge $L = 12.5$ [m] wird gewählt. Der Pfahl wird in 10 Elemente unterteilt, jede Elementgröße beträgt 1.25 [m]. Last auf dem Pfahlkopf P und Elastizitätsmodul des Bodens E_s werden gewählt, um dem Ausdruck P/E_s der Gl. (2.87) zu gleichen. Die Last auf dem Pfahlkopf wird mit $P = 5000$ [kN] angesetzt, während der Elastizitätsmodul mit $E_s = 5000$ [kN/m²] angesetzt wird. Der Setzungseinflussfaktor I_1 wird an verschiedenen Werten von h/L und L/d bestimmt mit h [m] als Dicke der Bodenschicht und d [m] als Pfahldurchmesser.

Die Setzungseinflussfaktoren I_1 für einen Einzelpfahl, wie von *Poulos* (1968) in der Tabelle 1 in seinem Beitrag veröffentlicht, werden mit denen, die von den geschlossenen Formgleichungen erhalten werden, verglichen. Die Faktoren werden in Tabelle 2-1 und Tabelle 2-2 für zwei verschiedene Werte der *Poissonzahl* des Bodens ν_s gelistet. Aus diesen Tabellen ist ersichtlich, dass die Setzungseinflussfaktoren an verschiedenen Bodenschichten und am Pfahldurchmesser, die von geschlossenen Formgleichungen (Abschnitt 1) erhaltenen werden, denen von *Poulos* (1968) fast gleichen. Der Maximalunterschied beträgt $\Delta = 2.78$ [%].

Die Flexibilitätskoeffizienten, die aus numerischer Integration bestimmt werden, sind auch in *ELPLA* verfügbar. Tabelle 2-3 und Tabelle 2-4 listen die Setzungseinflussfaktoren I_f , wenn die numerische Integration verwendet wird. Die Tabellen zeigen, dass die Setzungseinflussfaktoren, die nach geschlossenen Formgleichungen bestimmt werden, mit denen nach numerischer Integration fast gleich sind.

Tabelle 2-1 Setzungseinflussfaktor I_f für einen Einzelpfahl
Verwendung geschlossener Formgleichungen, *Poissonzahl* des Bodens $\nu_s = 0.5$ [-]

h/L	<i>Poulos</i> (1968)			<i>ELPLA</i>			Max. Diff. Δ [%]
	L/d			L/d			
	10	25	100	10	25	100	
4	1.41	1.86	2.54	1.44	1.88	2.56	2.13
5	1.31	1.76	2.44	1.34	1.77	2.47	1.23
2.5	1.20	1.64	2.31	1.22	1.65	2.33	1.67
1.5	0.98	1.42	2.11	0.99	1.43	2.12	1.02
1.2	0.72	1.18	1.89	0.74	1.19	1.90	2.78

Tabelle 2-2 Setzungseinflussfaktor I_f für einen Einzelpfahl
Verwendung geschlossener Formgleichungen, *Poissonzahl* des Bodens $\nu_s = 0.0$ [-]

h/L	<i>Poulos</i> (1968)			<i>ELPLA</i>			Max. Diff. Δ [%]
	L/d			L/d			
	10	25	100	10	25	100	
4	1.16	1.47	1.95	1.17	1.48	1.94	0.86
5	1.07	1.37	1.86	1.08	1.38	1.86	0.93
2.5	0.96	1.27	1.75	0.98	1.28	1.74	2.08
1.5	0.80	1.11	1.58	0.81	1.12	1.59	1.25
1.2	0.62	0.94	1.44	0.62	0.94	1.42	1.39

Tabelle 2-3 Setzungseinflussfaktor I_1 für einen Einzelpfahl
Verwendung numerischer Integration, *Poissonzahl* des Bodens $\nu_s = 0.5$ [-]

h/L	<i>Poulos</i> (1968)			<i>ELPLA</i>			Max. Diff. Δ [%]
	L/d			L/d			
	10	25	100	10	25	100	
4	1.41	1.86	2.54	1.42	1.84	2.51	1.18
5	1.31	1.76	2.44	1.31	1.74	2.42	0.82
2.5	1.20	1.64	2.31	1.19	1.62	2.30	1.22
1.5	0.98	1.42	2.11	0.97	1.40	2.08	1.42
1.2	0.72	1.18	1.89	0.72	1.16	1.86	1.59

Tabelle 2-4 Setzungseinflussfaktor I_1 für einen Einzelpfahl
Verwendung numerischer Integration, *Poissonzahl* des Bodens $\nu_s = 0.0$ [-]

h/L	<i>Poulos</i> (1968)			<i>ELPLA</i>			Max. Diff. Δ [%]
	L/d			L/d			
	10	25	100	10	25	100	
4	1.16	1.47	1.95	1.15	1.45	1.91	2.09
5	1.07	1.37	1.86	1.06	1.36	1.82	2.15
2.5	0.96	1.27	1.75	0.96	1.26	1.72	1.71
1.5	0.80	1.11	1.58	0.79	1.09	1.55	1.90
1.2	0.62	0.94	1.44	0.61	0.92	1.40	2.78

2.6.2 Untersuchungsfall: Pfahl-Plattengründung beim *Messe-Torhaus* in Frankfurt

Das *Torhaus* befindet sich in Frankfurt/ Main in Deutschland und teilt das Messegelände in einen östlichen und einen westlichen Geländeteil, Bild 2-10. Das Haus wurde zwischen 1983 und 1986 gebaut und stellt das erste Gebäude in Deutschland dar, das mit einer Pfahl-Plattengründung ausgestattet ist. Das Gebäude hat eine Höhe von 130 [m]. Mit Benutzung der installierten Instrumente in diesem Fundament wurde ein Messprogramm etabliert, um das Verhalten des Gebäudes zu überwachen. Weil diese Instrumente die Setzungen der Platte, Sohldrücke auf der Platte und Lasten auf den Pfählen notieren, war das Gebäude eine gute Chance für viele Autoren, um ihre Berechnungsverfahren zu überprüfen. Seitdem das *Torhaus* gebaut wurde, haben viele Autoren sein Verhalten untersucht. Einige von ihnen sind *Sommer et al.* (1985), *Sommer* (1989) und *Reul/ Randolph* (2003).



Bild 2-10 *Torhaus* nach http://www.fussballportal.de/images/wm/fra_torhaus.jpg

Bild 2-12 zeigt eine Abbildung des *Torhauses* mit der Pfahlplatte. Das Gebäude hat keine Untergeschosse. Die Gründung besteht aus zwei getrennten rechteckigen Pfahl-Plattengründungen, jeweils mit den Abmessungen 17.5 [m] und 24.5 [m]. Der Abstand zwischen den beiden Platten beträgt 10 [m]. Die Gründungstiefe beträgt 3 [m] unter Geländeoberfläche. Die Gesamtlast je Platte beträgt 200 [MN]. Die Dicke der Platten beträgt 2.5 [m]. Insgesamt wurden unter jeder Platte 42 Bohrpfähle mit einer Länge von $l = 20$ [m] und einem Durchmesser von $D = 0.9$ [m] verwendet. Der Abstand zwischen den einzelnen Pfählen variiert zwischen $3.5 D$ und $3.0 D$ ($D =$ Durchmesser des Pfahles). Der Baugrund besteht aus Kies und Sand bis zu einer Tiefe von 5.5 [m] unter der Oberfläche, darunter befindet sich der Frankfurter Ton bis in große Tiefe. Das Grundwasser steht bei einer Tiefe von 3 [m].

Das Haus wurde in der Zeit von 1983 bis 1986 gebaut. Im Jahr 1988 betrug die gemessene max. Setzung in der Mitte der Platte 12 [cm] nach *Sommer* (1989). Wenn das *Torhaus* nur auf einer Platte stehen würde, wäre die zu erwartende Setzung 26 [cm], basierend auf einer geotechnischen Untersuchung nach *Sommer et al.* (1985). Deshalb wurde eine Kombinierte Pfahl-Plattengründung geplant, um die Setzung zu reduzieren. Mit Verwendung der verfügbaren Daten und Ergebnisse des *Torhauses*, die in Details in der vorliegenden Literatur diskutiert werden, wird die gegenwärtige Berechnung von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen untersucht und überprüft.

2.6.2.1 Bodenkennwerte

Die verwendeten Eigenschaften des Tons bei der Berechnung des *Torhauses* können wie folgt beschrieben werden:

Steifemodul

Der Elastizitätsmodul der Sand-/ Kiesschicht unter der Platte nach *Reul/ Randolph* (2003) ist $E = 75000$ [kN/m²]. Der Elastizitätsmodul für Wiederbelastung wurde mit $W = 3 E$ angesetzt. Auf Grundlage der früheren Berechnung nach *Amann et al.* (1975) wurde gezeigt, dass die Verteilung des Steifemoduls für Erstbelastung des Frankfurter Tons in der Tiefe durch die folgende empirische Formel definiert wird:

$$E_s = E_{so} (1 + 0.35 z) \quad (2.88)$$

während für die Wiederbelastung gilt:

$$W_s = 70 \text{ [MN/m}^2\text{]} \quad (2.89)$$

wobei:

- E_s Steifemodul für Erstbelastung [MN/m²]
- E_{so} Anfangs-Steifemodul, $E_{so} = 7$ [MN/m²]
- z Tiefe ab Oberkante Ton [m]
- W_s Steifemodul für Wiederbelastung [MN/m²]

Undrained Kohäsion und Grenzpfahllast

Die undrained Kohäsion c_u des Frankfurter Tons steigt in der Tiefe von $c_u = 100$ [kN/m²] bis $c_u = 400$ [kN/m²] in 70 [m] Tiefe ab Oberkante Ton nach *Sommer/ Katzenbach* (1990). *Russo* (1998) schlug eine Grenzmantelreibung bei der Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion nicht weniger als $\tau = 180$ [kN/m²] vor, die einer undrained Kohäsion von $c_u = 200$ [kN/m²] entspricht. Um die Berechnung durchzuführen, wird eine Grenzmantelreibung von $\tau = 180$ [kN/m²] berücksichtigt. Somit ergibt sich eine Grenzpfahllast von $Q_l = 10$ [MN], wie folgt:

$$Q_l = \tau * \pi * D * l = 180 * \pi * 0.9 * 20 = 10179 \text{ [kN]} = 10 \text{ [MN]} \quad (2.90)$$

wobei:

- Q_l Grenzpfahllast, [MN]
- τ Grenzmantelreibung, $\tau = 180$ [kN/m²]

D Pfahldurchmesser, [m]

l Pfahllänge, [m]

Poissonzahl

Die *Poissonzahl* des Frankfurter Tons wird mit $\nu_s = 0.25$ [-] angesetzt.

Für die Berechnung wurde der Baugrund, wie im Bohrprofil in Bild 2-11 gezeigt, mit 13 Schichten angenommen. Die gesamte Tiefe beträgt 113 [m] unter Gelände.

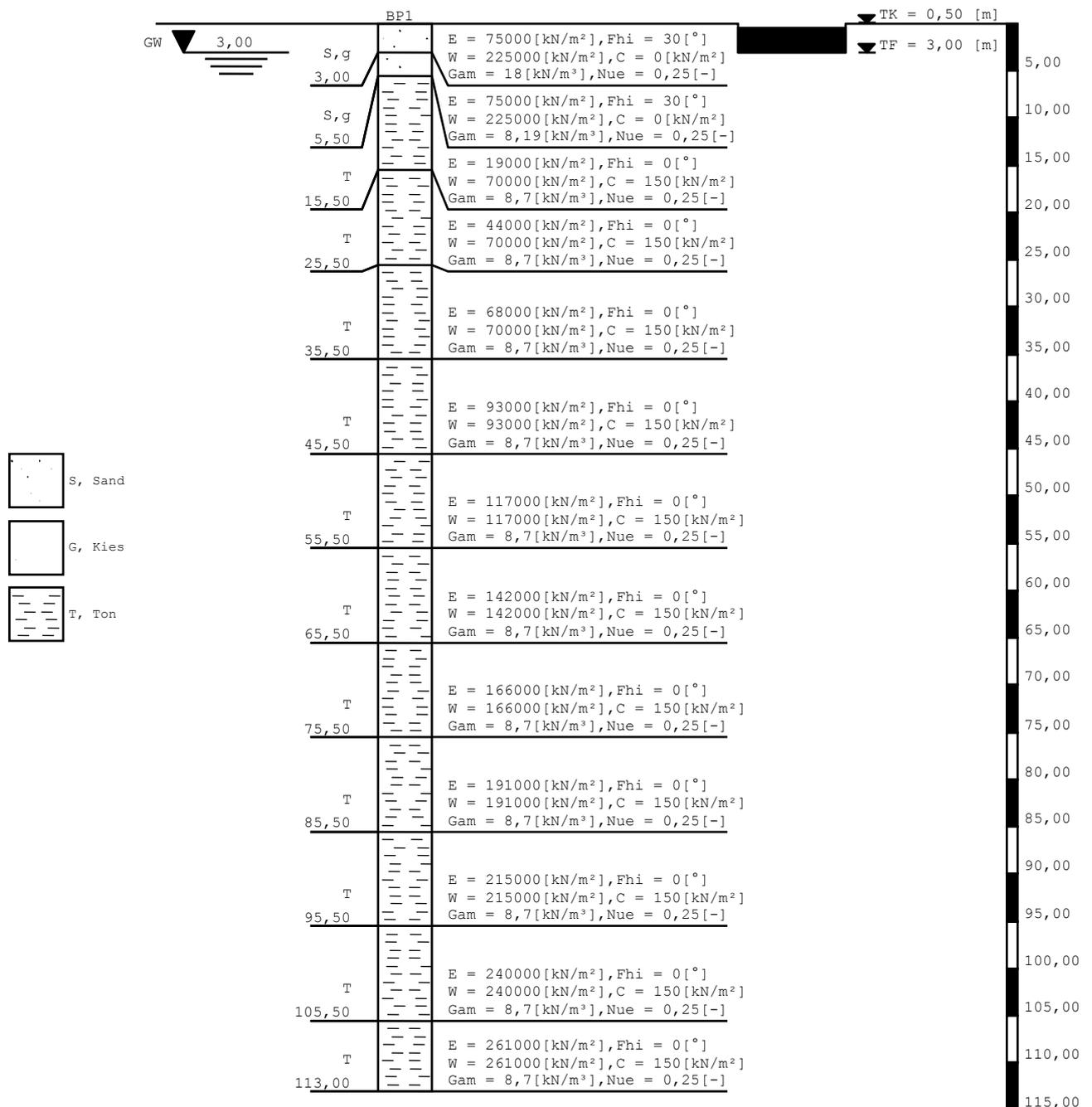


Bild 2-11 Darstellung des Bohrprofils

2.6.2.2 Pfahl- und Plattenmaterial

Als Pfahl- und Plattenmaterial werden folgende Werte angesetzt:

Für die Platte:

Elastizitätsmodul	$E_b = 3.4 * 10^7$	[kN/m ²]
Poissonzahl	$\nu_p = 0.2$	[-]
Wichte	$\gamma_b = 25$	[kN/m ³]

Für die Pfähle:

Elastizitätsmodul	$E_b = 2.35 * 10^7$	[kN/m ²]
Wichte	$\gamma_b = 25$	[kN/m ³]

2.6.2.3 Berechnung der Pfahlplatte

Eine Reihe von Vergleichen wird durchgeführt, um die beiliegende nichtlineare Berechnung der Kombinierten Pfahl-Plattengründung mit Hilfe der zusammengesetzten Koeffiziententechnik abzuschätzen. In den Vergleichen wird die gegenwärtige Berechnung (Nichtlineare Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion) als NPRH bezeichnet.

Um NPRH für die Kombinierte Pfahl-Plattengründung der elastischen Platte des *Torhauses* zu überprüfen, werden die Ergebnisse mit denen aus der dreidimensionalen finiten Element-Berechnung und mit Feldmessungen verglichen. Die Platte wird in rechteckige Elemente unterteilt, wie im Bild 2-13 gezeigt. Elementgrößen in x -Richtung für die Einzelplatte sind $1.75 + 10 * 1.4 + 1.75 = 17.5$ [m], während die Elementgrößen in y -Richtung $14 * 1.75 = 24.5$ [m] sind. Die Pfähle werden in Linielemente mit 2.0 [m] unterteilt. Das Fundament wird als elastische Platte angenommen, die auf starren Pfählen steht. Eine Bodenschicht von $H = 110$ [m] Mächtigkeit wie bei der dreidimensionalen finiten Element-Berechnung ist berücksichtigt.

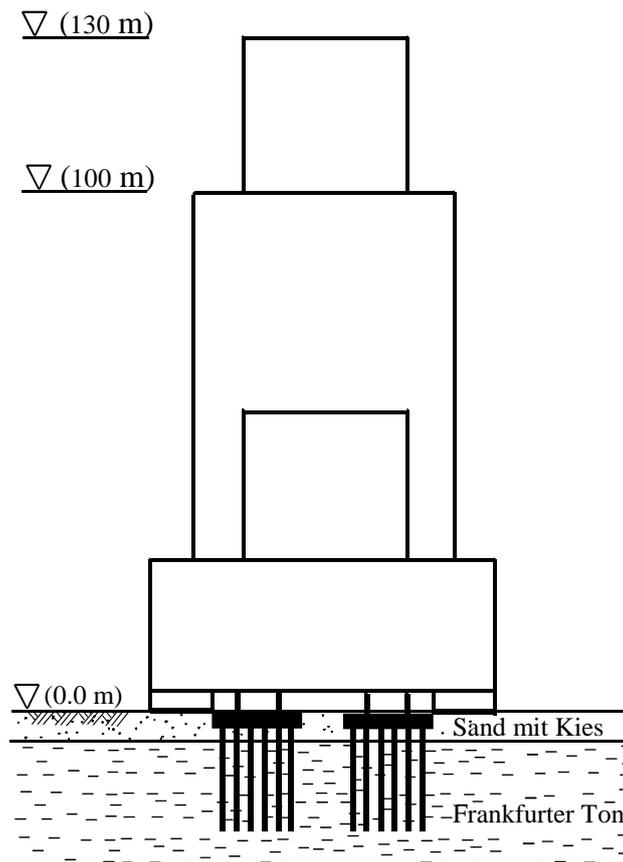


Bild 2-12 Abbildung des *Torhauses* mit der Pfahlplatte

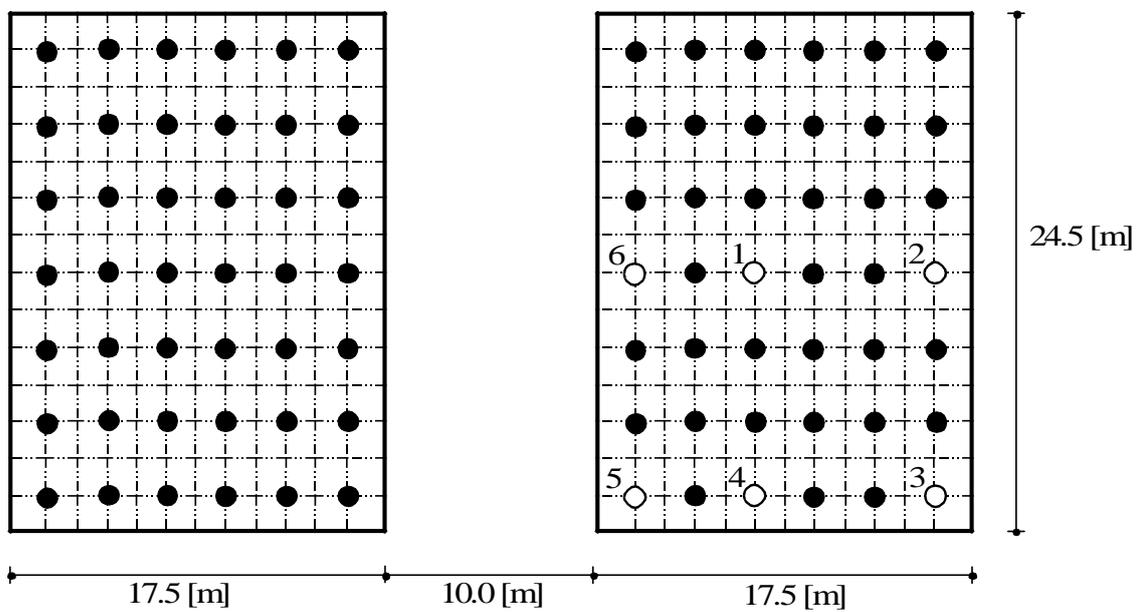


Bild 2-13 Netz der Pfahlplatte des *Torhauses* mit Pfählen

2.6.2.4 Vergleich mit der dreidimensionalen finiten Element-Berechnung und Feldmessungen

Reul/ Randolph (2003) haben die Pfahl-Plattengründung des *Torhauses* mit der dreidimensionalen FE-Methode berechnet und haben ihre Ergebnisse mit denen von Feldmessungen nach Sommer (1989) verglichen. Wegen der Symmetrie um die *x*- und *y*-Achse in Form, Größe, Lasten und Baugrund genügt es, ein Viertel der Kombinierten Pfahl-Plattengründung zu berechnen. In NPRH werden die zwei Pfahl-Plattengründungen zusammen berechnet, um die Interaktion zwischen allen Elementen der zwei Pfahl-Plattengründungen zu berücksichtigen. Eine lineare Berechnung wird zuerst ausgeführt, um den Anfangstangentenmodul zu erhalten. In dieser Primärberechnung wird die Wirkung der Wiederbelastung betrachtet. Für die nichtlineare Berechnung wurde die Genauigkeit mit $\epsilon = 0.0002$ [m] gewählt. Sieben Iterationsschritte in wenigen Minuten werden benötigt, um die nichtlineare Berechnung der Pfahl-Plattengründungen zusammen zu erhalten. Dies bezieht sich darauf, dass die Verwendung der zusammengesetzten Koeffiziententechnik in der Berechnung die Größe der Bodensteifigkeitsmatrix von [1314 * 1314] auf [390 * 390] reduzierte. Dementsprechend wurde die Gesamtanzahl von Gleichungen auf 1170 reduziert, wobei $n_{pr} = 1314$, $n_r = 390$ und Anzahl der Unbekannten pro Knoten 3 ($3 n_r = 1170$) ist.

Tabelle 2-5 listet die Ergebnisse der zentralen Setzung und Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung, die von NPRH erhaltenen werden, mit denen von Reul/ Randolph (2003) nach der dreidimensionalen FE-Berechnung. Die Tabelle enthält auch die gemessenen Ergebnisse nach Sommer (1989). Bild 2-14 und Bild 2-15 vergleichen Lasten auf den Pfählen 1 bis 6 (Bild 2-13), die von NPRH erhalten werden, mit denen von Reul/ Randolph (2003) nach der dreidimensionalen FE-Berechnung und mit den gemessenen Pfahllasten von Sommer (1989).

Tabelle 2-5 Vergleich zwischen den Ergebnissen der dreidimensionalen FE-Berechnung, Feldmessungen und NPRH

Berechnung	Feldmessungen	3D FE-Berechnung	NPRH
zentrale Setzung s_{center} [cm]	12.4	9.6	11.2
Tragwirkungskoeffizienten α_{kpp} [%]	67	76	64

Tabelle 2-5 zeigt, dass die Setzung und Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung für NPRH in guter Übereinstimmung mit Feldmessungen sind. Die Ergebnisse der Pfahllasten im Bild 2-14 und im Bild 2-15 sind in guter Übereinstimmung mit denen sowohl der dreidimensionalen FE-Berechnung als auch der Feldmessungen. Die dreidimensionale FE-Berechnung hat einen relativ großen Unterschied bei den Tragwirkungskoeffizienten verglichen mit denen der Feldmessungen und NPRH.

Diese Falluntersuchung zeigt, dass NPRH nicht nur ein akzeptables Verfahren ist, um die Kombinierte Pfahl-Plattengründung zu berechnen, sondern auch ein praktisches Verfahren für die Berechnung eines großen Kombinierten Pfahl-Plattengründungproblems darstellt. Daneben gibt NPRH eine gute Übereinstimmung mit Feldmessungen und braucht weniger Rechenzeit, verglichen mit anderen komplizierten Modellen, die bei der dreidimensionalen finiten Element-Berechnung verwendet werden.

2.6.2.5 Vergleich mit verschiedenen Berechnungen

Um den Unterschied zwischen den Ergebnissen der Pfahl-Plattengründung des *Torhauses* bei linearer und nichtlinearer Berechnung für elastische oder starre Platten zu zeigen, wird die Pfahl-Plattengründung des *Torhauses* viermal wie folgt berechnet:

- Lineare Pfahl-Plattengründung für die starre Platte
- Nichtlineare Pfahl-Plattengründung für die starre Platte
- Lineare Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte
- Nichtlineare Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte

Tabelle 2-6 zeigt die zentralen Setzungen und Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung für die vier Berechnungen, während Bild 2-16 und Bild 2-17 die Lasten auf die Pfähle 1 bis 6 zeigen. Allgemein kann man aus der Tabelle 2-6 und diesen Bildern folgende Schlussfolgerungen ziehen:

Setzung

- Die Setzungen der nichtlinearen Berechnungen der Pfahl-Plattengründung für die starre oder die elastische Platte sind größer als die Setzungen der linearen Berechnung
- Die nichtlineare Setzung überschreitet die lineare Setzung bei 48 [%] für die Pfahl-Plattengründung der starren Platte und bei 29 [%] für die Pfahl-Plattengründung der elastischen Platte
- Für eine einzelne Berechnung für die Pfahl-Plattengründung einer starren oder elastischen Platte (linear oder nichtlinear) ist der Unterschied in der Setzung klein. Dies bedeutet, dass jede Berechnung zum Schätzen der Setzung verwendet werden kann

Tragwirkungskoeffizient der Pfahl-Plattengründung

- Die Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung aus der nichtlinearen Berechnung sind kleiner als aus der linearen Berechnung
- Die Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung aus der nichtlinearen Berechnung sind vermindert bei 13 [%] für die starre Platte und bei 15 [%] für die elastische Platte

Lasten auf dem Pfahlkopf

- Durch die Umverteilung der Pfahllasten sind bei der nichtlinearen Berechnung die Pfahllasten auf den inneren Pfählen (Pfähle 1 und 6) größer geworden, während die Pfahllasten auf den äußeren Pfählen kleiner (Pfähle 2, 3, 4 und 5) geworden sind
- Gesamtpfahllasten auf die Pfahl-Plattengründung für die starre Platte sind größer als bei der Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte
- Die Pfahllasten der äußeren Pfähle nach der Berechnung von Pfahl-Plattengründungen für die starre Platte sind größer als bei Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte. Umgekehrtes gilt für die Pfahllasten der inneren Pfähle

Tabelle 2-6 Vergleich der verschiedenen Berechnungen

Berechnungen	Starre Platte		Elastische Platte	
	Linear	Nichtlinear	Linear	Nichtlinear
zentrale Setzung s_{center} [cm]	7.0	13.4	8.0	11.2
Tragwirkungskoeffizienten α_{kpp} [%]	88	77	75	64

Die Anwendung verschiedener Berechnungen bei der Pfahl-Plattengründung des *Torhauses* zeigt, dass die nichtlineare Berechnung der Pfahl-Plattengründung für die elastische Platte eine akzeptable Berechnung ist, wobei die Ergebnisse mit gemessenen Werten übereinstimmen.

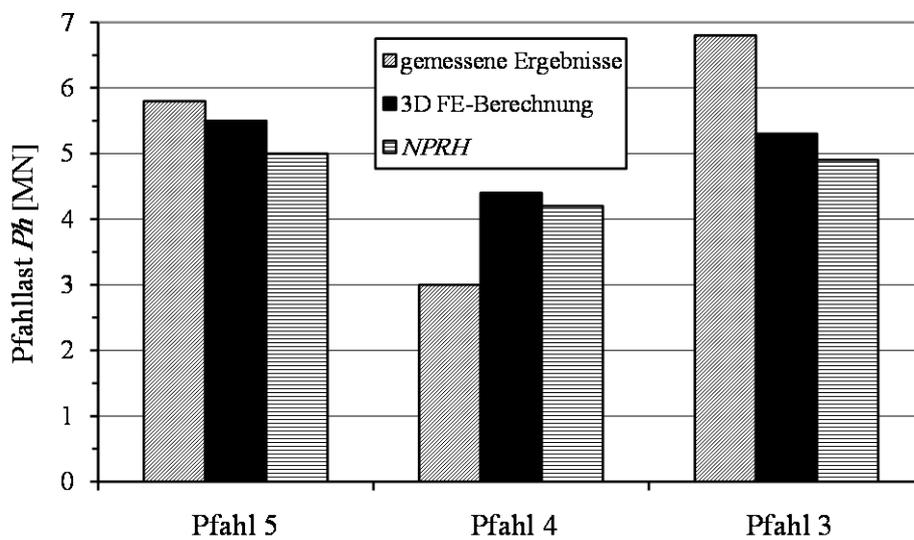


Bild 2-14 Vergleich zwischen Pfahllasten bei der 3D FE-Methode und Feldmessungen mit denen von NPRH (Pfahl 3, 4 und 5)

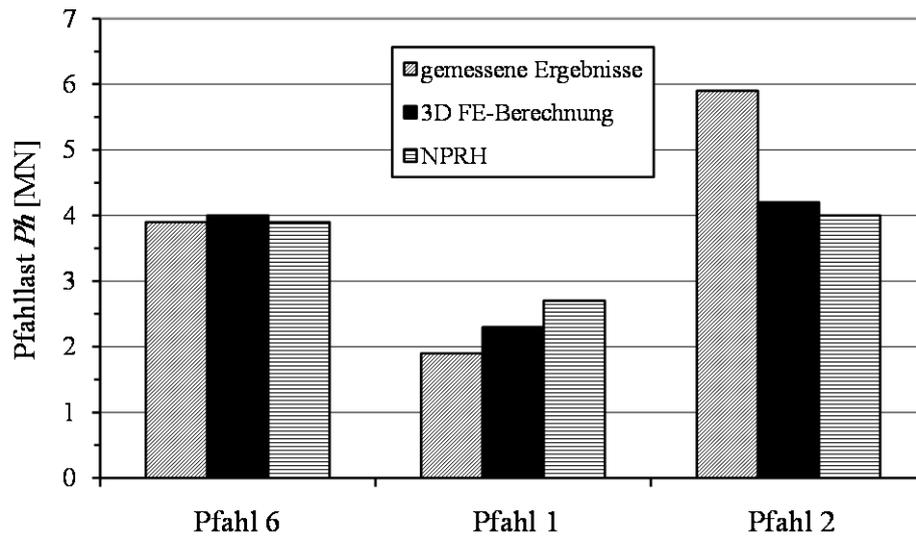


Bild 2-15 Vergleich zwischen Pfahllasten bei der 3D FE-Methode und Feldmessungen mit denen von NPRH (Pfahl 1, 2 und 6)

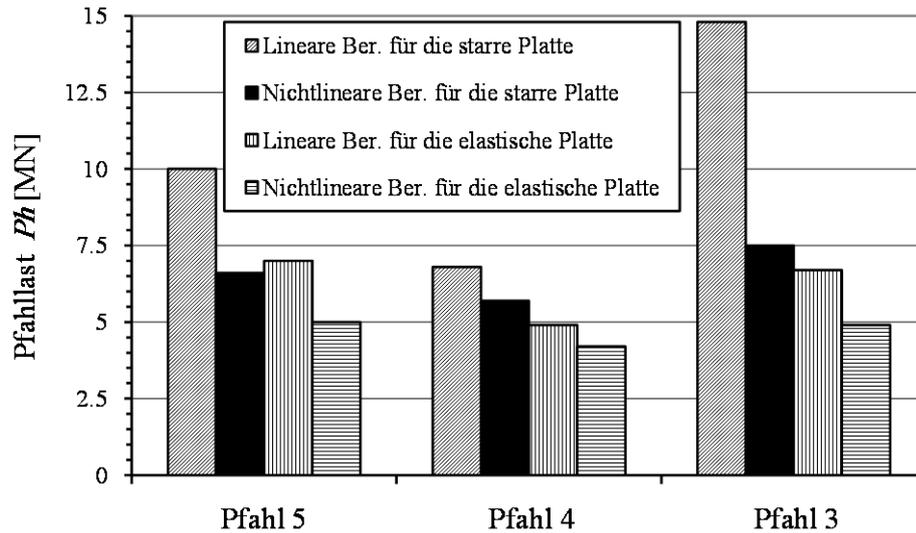


Bild 2-16 Vergleich der Pfahllasten nach verschiedenen Berechnungen (Pfahl 3, 4 und 5)

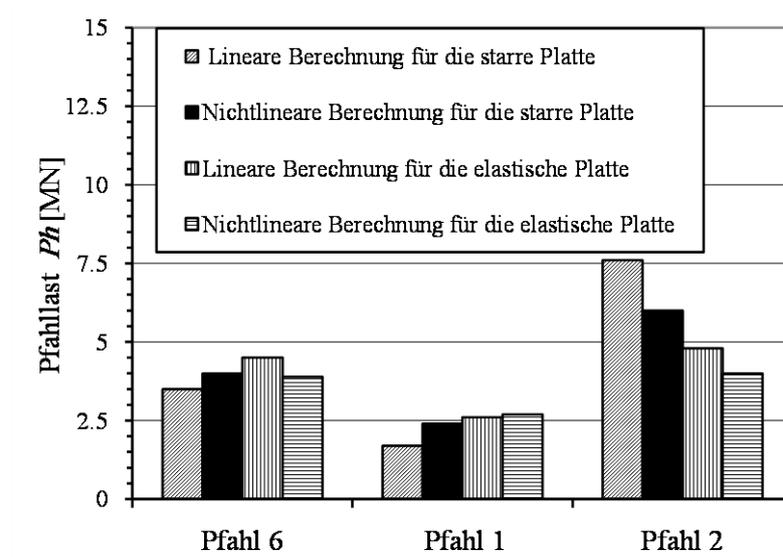


Bild 2-17 Vergleich der Pfahllasten nach verschiedenen Berechnungen (Pfahl 1, 2 und 6)

2.7 Literatur

- [1] *Amann, P./ Breth, H./ Stroh, D. (1975):* Verformungsverhalten des Baugrundes beim Baugrubenaushub und anschließendem Hochhausbau am Beispiel des Frankfurter Ton
Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 15
- [2] *Basile, F. (1999):* Non-linear analysis of pile groups
Proc. Instn Civ. Engrs Geotech. Engng. 137, 105-115
- [3] *Baz, O. (1987):* Plates on nonlinear subgrade
Master Thesis, Mansoura University, Egypt
- [4] *Butterfield, R./ Banerjee, K. (1971):* The elastic analysis of compressible piles and pile group
Géotechnique, 21, No. 1, 43-60
- [5] *Clancy, P./ Randolph, M. (1993):* An approximate analysis procedure for piled raft foundation
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 17 (12), 849-869
- [6] *Clancy, P./ Randolph, M. (1994):* Simple design tools for piled raft foundation
Géotechnique, Vol. 46, No. 2, pp. 313-328
- [7] *Fleming, W. (1992):* A new method for single pile settlement predication and analysis
Géotechnique, Vol. 42, No. 3, 411-425
- [8] *El Gendy, M. (1999):* An iterative procedure for foundation-superstructure interaction problem
Port-Said Engineering Research journal, Vol. 3, No. I, pp. 1-19, Egypt
- [9] *El Gendy, M. (2007):* Formulation of a composed coefficient technique for analyzing large piled raft
Scientific Bulletin, Faculty of Engineering, Ain Shams University, Cairo, Egypt. Vol. 42, No. 1, March 2007, pp. 29-56
- [10] *Hasnien, M. (1993):* Finite element analysis of mat resting on nonlinear elastic medium
M. Sc. Thesis, Ain Shams University, Faculty of Engineering, Egypt
- [11] *Jeong, S./ Won, J./ Lee, J. (2003):* Simplified 3D analysis of laterally loaded Pile Groups
TRB Annual Meeting
- [12] *Kany, M./ El Gendy, M./ El Gendy, A. (2007):* Analysis and design of foundations by the Program ELPLA
GEOTEC Software, Zirndorf
- [13] *Kitiyodom, P./ Matsumoto, T. (2002):* A simplified analysis method for piled raft and pile group foundation with batter Piles
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 26, 1349-1369
- [14] *Kitiyodom, P./ Matsumoto, T. (2003):* A simplified analysis method for piled raft foundations in non-homogeneous soils
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 27, 85-109
- [15] *Lee, K./ Xiao, Z. (2001):* A simplified nonlinear approach for pile group settlement analysis in multilayered soils
Can. Geotech. J., 38, 1063-1080
- [16] *Liang, F./ Chen, L. (2004):* A modified variational approach for the analysis of piled raft foundation
Mechanics Research Communications 31, 593-604

- [17] *Lutz, B./ El-Mossallamy, Y./ Richter, Th.* (2006): Ein einfaches, für die Handberechnung geeignetes Berechnungsverfahren zur Abschätzung des globalen Last-Setzungsverhaltens von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen
Bauingenieur, Band 81, 61-66
- [18] *Mandolini, A./ Viggiani, C.* (1997): Settlement of piled foundations
Géotechnique, Vol. 47, No. 4, 791-816
- [19] *Mendonça, A./ Paiva, J.* (2003): An elastostatic FEM/BEM analysis of vertically loaded raft and piled raft foundation
Engineering Analysis with Boundary Elements, 27, 919-933
- [20] *Mindlin, R. D.* (1936): Force at a Point in the interior of a semi-infinite solid
Physic 8, 195
- [21] *Poulos, H.* (1968): Analysis of the settlement of pile groups
Géotechnique, Vol. 18, 449-471
- [22] *Poulos, H.* (1999): Approximate computer analysis of pile groups subjected to loads and ground movements
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 23, 1021-1041
- [23] *Poulos, H./ Davis, E.* (1968): The settlement behaviour of single axially loaded incompressible piles and piers
Géotechnique, Vol. 18, 351-371
- [24] *Reul, O./ Randolph, M.F.* (2003): Piled rafts in overconsolidated clay: comparison of in situ measurements and numerical analyses
Géotechnique Vol. 53, No. 3, 301-315
- [25] *Russo, G.* (1998): Numerical analysis of piled rafts
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 22, 477-493
- [26] *Sommer, H.* (1989): Entwicklung der Hochhausgründungen in Frankfurt/ Main
Festkolloquium 20 Jahre Grundbauinstitut, 47-62, Darmstadt
- [27] *Sommer, H./ Katzenbach, R.* (1990): Last-Verformungsverhalten des Messturmes Frankfurt/ Main
Vorträge der Baugrundtagung 1990 in Karlsruhe, Seite 371-380
- [28] *Sommer, H./ Wittmann, P./ Ripper, P.* (1985): Piled raft foundation of a tall building in Frankfurt clay
Proc. 11th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng, San Francisco 4, 2253-2257
- [29] *Ta, L./ Small, J.* (1997): An approximation for analysis of raft and piled raft foundation
Computer and Geotechnics, Vol. 20, No. 2, pp. 105-123
- [30] *Winkler, E.* (1867): Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit
Dominicus, Prag
- [31] *Wong, S./ Poulos, H.* (2005): Approximate pile-to-pile interaction factors between two dissimilar piles
Computer and Geotechnics 32, 613-618

Abschnitt 3

Empirische und Numerische Berechnung von Pfahlgruppen und KPP

3 Empirische und Numerische Berechnung von Pfahlgruppen und KPP

Inhalt	Seite
3 Empirische und Numerische Berechnung von Pfahlgruppen und KPP	3- 3
3.1 Einleitung	3- 3
3.2 Numerische Modellierung	3- 4
3.2.1 Pfahl-Pfahl-Interaktion	3- 4
3.2.2 Pfahl-Platte-Interaktion	3-12
3.2.3 Platte-Pfahl-Interaktion	3-13
3.2.4 Platte-Boden-Interaktion	3-15
3.2.5 Formulierung der Bodengleichungen	3-17
3.2.6 Berechnung einer starren Kombinierten Pfahl-Plattengründung	3-19
3.2.7 Berechnung einer starren Pfahlgruppe oder schlaffen Platte auf starrer Pfahlgruppe	3-22
3.2.8 Berechnung einer elastischen Kombinierten Pfahl-Plattengründung	3-22
3.2.9 Iterationsverfahren	3-23
3.3 Untersuchungsfall: Kombinierte Pfahl-Plattengründung des <i>Messeturmes</i>	3-26
3.3.1 Beschreiben des Problems	3-26
3.3.2 Berechnung der Pfahlplatte	3-28
3.3.3 Bodenkennwerte	3-31
3.4 Literatur	3-36

3 Empirische und Numerische Berechnung von Pfahlgruppen und KPP

3.1 Einleitung

Viele Autoren haben das nichtlineare Verhältnis des Pfahl-Baugrundsystems mit Verwendung von theoretischen Beziehungen zwischen Last und Setzung untersucht. *Mandolini/ Viggiani* (1997), (1998) und *Russo* (1998) haben die Pfähle als nichtlineare interagierende Federn betrachtet, die auf der Interaktionsfaktoren-Methode basieren. In ihren Berechnungen wird die Nichtlinearität im Wesentlichen an der Pfahl-Bodenschnittstelle konzentriert, während die Wechselwirkung zwischen anderen Elementen (Pfahl-Pfahl-, Pfahl-Platten- und Boden-Pfahl-Interaktion) mit einem linearen Modell dargestellt wird. Das nichtlineare Boden-Pfahlverhältnis wird mit einem Ausdruck dargestellt, der einer hyperbolischen Last-Setzungsbeziehung für den einzelnen Pfahl entspricht. Die hyperbolische Beziehung basiert auf einer Funktion, die einen Maximalwert für die Pfahlkapazität hat. Der Maximalwert wird nur als geometrischer Parameter der Hyperbel berücksichtigt, die die Last-Setzungslinie in den interessierenden Lastbereich einpasst. In einigen Fällen kann sich dieser Wert erheblich von der eigentlichen Versagenslast unterscheiden (*Mandolini/ Viggiani* (1997)).

Basile (1999), (2003) hat ein nichtlineares Modell verwendet, das der bewährten hyperbolischen Beziehung zwischen Bodenspannung und Dehnung folgt. Dieses Modell wurde von *Duncan/ Chang* (1970) vorgeschlagen in der Annahme, dass der Elastizitätsmodul des Bodens mit der Spannungsebene an der Pfahl-Bodenschnittstelle variiert. Die für dieses Modell passende hyperbolische Kurve hängt von einigen Konstanten ab, die schwierig abzuschätzen sind. Am besten werden diese Konstanten durch Anpassen der Last-Verformungskurve an die Daten eines Pfahltestes bestimmt.

Witzel/ Kempfert (2005) stellten empirische Beziehungen dar zum Aufzeigen des Last-Setzungsverhaltens für Bohrpfähle mit Benutzung von Feldtestdaten. Auch enthalten die meisten nationalen Normen wie z.B. die deutsche Norm DIN 4014 [6] und die ägyptische Norm ECP [8] empirische Beziehungen für Last-Setzung der Pfähle, die auf statistischen Feldergebnissen basieren. Deshalb hat *El Gendy et al.* (2006) ein gemischtes Verfahren von empirischen und mathematischen Modellen für die Berechnung von Pfahlgruppen und Pfahlplatten entwickelt. Abhängig von der Last-Setzungslinie, die man aus Feldmessungen oder empirischen Beziehungen erhält, wird eine nichtlineare Berechnung von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen dargestellt, mit der das wirkliche Baugrundverhalten berücksichtigt werden kann. In der Berechnung wird jeder Pfahl wie zwei Einheiten behandelt - Pfahlmantel und Pfahlfuß - mit einer gleichförmigen Setzung entlang des Pfahlmantels und im Pfahlfuß. Diese Annahme ermöglicht die Modellierung des nichtlinearen Verhaltens von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen. Dieses beruht auf der empirischen Beziehung der Last-Setzungslinie nach DIN 4014. Als Verbindung zwischen empirischen und theoretischen Vorgehensweisen wurde für die nichtlineare Berechnung von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen mit Verwendung der DIN 4014 ein Verfahren - genannt NPRD (nach der englischen Bezeichnung: **n**onlinear **a**nalysis of **c**ombined **p**iled-**r**aft using **D**IN 4014) - entwickelt. Das Verfahren erfüllt die Anforderungen der KPP-Richtlinie [25], Abschnitt 6, an ein Rechenmodell. Das Verfahren NPRD wurde in das Programm *ELPLA* [10] eingefügt.

3.2 Numerische Modellierung

In dem vorgeschlagenen numerischen Modell für die Berechnung wird die Eigensetzung des Pfahles aus der Last-Setzungs-Beziehung nach DIN 4014 [6] bestimmt, während die Setzung infolge Pfahl-Pfahl-, Pfahl-Platten- und Platte-Boden-Interaktion numerisch mit Verwendung der Flexibilitätskoeffizienten bestimmt wird. Eine volle Kompatibilität zwischen Setzungen von Pfählen, Platte und Boden wird in der Pfahl-Platten-Bodenschnittstelle erreicht.

3.2.1 Pfahl-Pfahl-Interaktion

DIN 4014 [6] stellt die Pfahllast in zwei Komponenten dar: Spitzenkraft auf dem Pfahlfuß und Mantelreibungskraft entlang des Pfahlmantels. Deshalb werden zwei Flexibilitätsmatrizen für die Pfahl-Pfahl-Interaktion ohne die Interaktion des Pfahles selbst bestimmt. Die erste Matrix stellt den Einfluss der Einheitsspitzenkräfte dar, während die andere den Einfluss der Einheitsmantelkräfte darstellt.

Setzung entlang des Pfahlmantels $Sbs_{i,j}$ [m] infolge einer Spitzenkraft Qb_j [kN]

Um die Gleichungen des vorgeschlagenen Verfahrens zu formulieren, wird, wie im Bild 3-1 gezeigt, ein System von zwei Pfählen mit verschiedenen Längen betrachtet. Der tatsächliche Spitzendruck qb_j [kN/m²] auf dem Fuß des Pfahles j wird durch eine äquivalente Spitzenkraft Qb_j [kN] ersetzt. Der Pfahl i mit einer Länge l_i [m] wird in m Elemente mit gleicher Länge Δl [m] unterteilt. Zuerst wird die Setzung eines Mantelelementes k des Pfahles i bestimmt, beeinflusst von einer Spitzenkraft Qb_j , die auf den Fuß des Pfahles j einwirkt. Dann kann eine gleichförmige Setzung entlang des Pfahlmantels infolge dieser Spitzenkraft durch Integration der Setzungen für die einzelnen Elemente numerisch bestimmt werden.

Nach der *Mindlinschen* Lösung (1936) wird die Setzung $Sbs_{k,j}$ im Punkt k in einer Tiefe z des Geländes infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j gegeben durch:

$$Sbs_{k,j} = f_{k,j} Qb_j \quad (3.1)$$

wobei $f_{k,j}$ mit *Mindlin* (1936) gegeben ist durch:

$$f_{k,j} = \frac{1}{16 \pi G_s (1 - \nu_s)} \left(\frac{3 - 4 \nu_s}{R_1} + \frac{8(1 - \nu_s)^2 - (3 - 4 \nu_s)}{R_2} + \frac{(z - c)^2}{R_1^3} + \frac{(3 - 4 \nu_s)(z + c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6 c z (z + c)^2}{R_2^5} \right) \quad (3.2)$$

wobei:

$$R_1 = \sqrt{r^2 + (z - c)^2}, R_2 = \sqrt{r^2 + (z + c)^2} \text{ und}$$

- c Tiefe der Punktlast Qb_j von der Geländeoberfläche [m]
- z Tiefe des untersuchten Punktes k von der Geländeoberfläche [m]
- r Radialabstand zwischen den Punkten k und j [m]
- $f_{k,j}$ Flexibilitätskoeffizient des Punktes k infolge einer Einheitslast am Punkt j [m/kN]
- G_s Schubmodul des Bodens [kN/m²], $G_s = 0.5 E_s / (1 + \nu_s)$
- E_s Elastizitätsmodul des Bodens [kN/m²]
- ν_s Poissonzahl des Bodens [-]

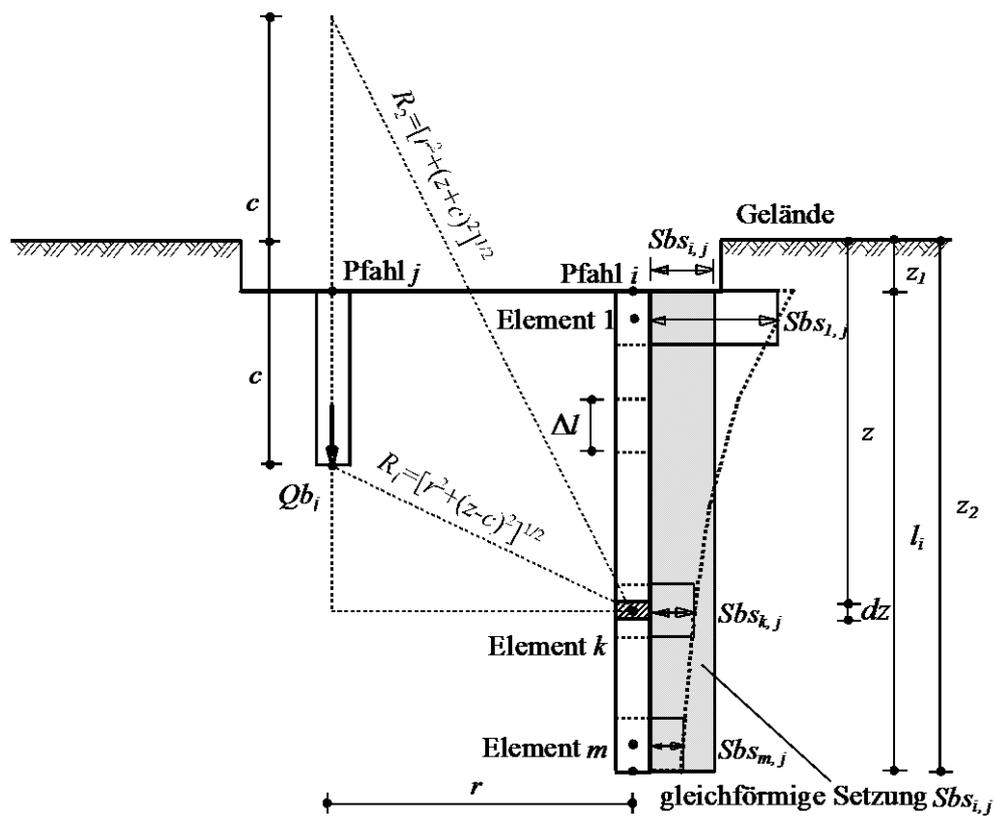


Bild 3-1 Setzung $Sbs_{k,j}$ im Pfahlelement k infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j

Damit kann die gleichförmige Setzung $Sbs_{i,j}$ entlang des Mantels des Pfahles i infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j berechnet werden aus:

$$Sbs_{i,j} = \frac{1}{l_i} \int_{z_1}^{z_2} Sbs_{k,j} dz \quad (3.3)$$

Obwohl Gl. (3.3) für z analytisch integriert werden kann, wird aber eine numerische Integration verwendet, um die Berechnung des Pfahles zu erlauben, der durch einen mehrschichtigen Baugrund geht, wie es später beschrieben wird. Setzt man die Gl. (3.1) in Gl. (3.3) ein, und verwendet die numerische Integration mit Hilfe der rechteckigen Regel, erhält man folgende Gleichung:

$$Sbs_{i,j} = \frac{Qb_j \Delta l}{l_i} (f_{1,j} + f_{2,j} + f_{3,j} + f_{4,j} + \dots + f_{m,j}) \quad (3.4)$$

Gleichung (3.4) ist vereinfacht:

$$Sbs_{i,j} = F_{i,j} Qb_j \quad (3.5)$$

wobei $F_{i,j}$ [m/kN] der Mantelflexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß j ist. Der Mantelflexibilitätskoeffizient $F_{i,j}$ ist ausgedrückt als:

$$F_{i,j} = \frac{\Delta l}{l_i} (f_{1,j} + f_{2,j} + f_{3,j} + f_{4,j} + \dots + f_{m,j}) \quad (3.6)$$

Setzung im Pfahlfuß $Sbb_{i,j}$ [m] infolge einer Spitzenkraft Qb_j [kN]

Die Setzung $Sbb_{i,j}$ im Fuß des Pfahles i infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf den Fuß des Pfahles j wird ausgedrückt als:

$$Sbb_{i,j} = F_{b,j} Qb_j \quad (3.7)$$

wobei $F_{b,j}$ [m/kN] der Fußflexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j ist. Der Flexibilitätskoeffizient des Fußes wird aus Gl. (3.2) mit $z = z_2$ bestimmt, wobei z_2 [m] die Tiefe des Fußes von Pfahl i von der Geländeoberkante ist.

Setzung im Pfahl $Sb_{i,j}$ [m] infolge einer Spitzenkraft Qb_j [kN]

Mit der Annahme, dass der Pfahl eine gleichförmige Setzung in all seinen Knoten hat, ist die Setzung entlang des Mantels gleich der im Fuß. Nun kann die Setzung im Pfahl i mit einem Wert $Sb_{i,j}$ dargestellt werden, der ein Durchschnitt der Mantel- und Fußsetzungen des Pfahles infolge der Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j ist. Nimmt man den Durchschnitt der Setzungen in den Gln. (3.5) und (3.7) an, erhält man die Setzung im Pfahl mit:

$$Sb_{i,j} = Fb_{i,j} Qb_j \quad (3.8)$$

wobei $Fb_{i,j} = 0.5 (F_{i,j} + F_{b,j})$ [m/kN] der Flexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j ist.

Setzung im Pfahl Sb_i [m] infolge aller Spitzenkräfte

Für eine Gruppe von n_p Pfählen wird die Setzung Sb_i im Pfahl i auf die Setzungen zurückgeführt, die von allen Spitzenkräften auf die Pfähle n_p außer Pfahl i einwirken. Dann wird die Setzung Sb_i gegeben mit:

$$Sb_i = Sb_{i,1} + Sb_{i,2} + Sb_{i,3} + \dots + Sb_{i,n} = \sum_{j=1}^n Fb_{i,j} Qb_j, i \neq j \quad (3.9)$$

Für eine Pfahlgruppe von n_p Pfählen kann Gl. (3.9) in Matrixform wie folgt geschrieben werden:

$$\{Sb\} = [Fb] \{Qb\} \quad (3.10)$$

wobei:

$\{Sb\}$ n_p Vektor der Setzungen in den Pfählen infolge der Spitzenkräfte auf den Pfahlfüßen

$\{Qb\}$ n_p Vektor der Spitzenkräfte auf den Pfahlfüßen

$[Fb]$ $n_p * n_p$ Matrix der Pfahlflexibilitätskoeffizienten infolge der Einheitsspitzenkräfte auf den Pfählen, $Fb_{i,i} = 0$

Setzung entlang des Pfahlmantels $Sss_{i,j}$ [m] infolge einer Mantelkraft Qs_j [kN]

Bild 3-2 zeigt ein System zweier Pfähle, in dem ein Mantelelement k eines Pfahles i durch eine Mantelreibung τ_{sj} [kN/m²] beeinflusst wird, die am Umfang eines Pfahles j mit einem Durchmesser d_j [m] und einer Länge l_j [m] einwirkt. Mit Benutzung der DIN 4014 [6] wird die Mantelreibung entlang des Mantelumfanges des Pfahles j von einer Gesamtmantelreibungskraft Qs_j [kN] = $\pi d_j l_j \tau_{sj}$ dargestellt. Um umfangreiche Berechnungen beim Anwenden der *Mindlinschen* Lösung (1936) für die Berechnung der Flexibilitätskoeffizienten infolge einer Mantelspannung entlang des Pfahlmantels zu vermeiden, wird die Mantelspannung durch eine äquivalente Linienlast T [kN/m] = Qs_j / l_j ersetzt, die auf die Achse des Pfahles einwirkt. Die Setzung $Sss_{k,j}$ in einem Punkt k in einer Tiefe z unter Gelände infolge einer Gesamtmantelkraft Qs_j auf einem Pfahl j wird folgendermaßen ausgedrückt:

$$Sss_{k,j} = I_{k,j} Qs_j \quad (3.11)$$

wobei $I_{k,j}$ [m/kN] der Flexibilitätskoeffizient des Punktes k infolge der Mantelreibungskraft Qs_j auf dem Pfahl j ist. Dieser Flexibilitätskoeffizient wird aus Gl. (3.2) durch Integration des Koeffizienten der Einzellast $dQs_j = T dc$ über der Länge des Pfahles j bestimmt. Der Flexibilitätskoeffizient $I_{k,j}$ des Punktes k infolge einer Einheitsmantelkraft auf dem Pfahl j kann bestimmt werden aus:

$$I_{k,j} = \frac{1}{l_j} \int_{c_1}^{c_2} f_{k,j} dc \quad (3.12)$$

Durch die Integration ergibt sich:

$$I_{k,j} = \frac{1}{16 \pi l_j G_s (1 - \nu_s)} (I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5) \quad (3.13)$$

wobei die Ausdrücke I_1 bis I_5 angegeben werden durch:

$$I_1 = (3 - 4 v_s) \ln \left[\frac{\sqrt{r^2 + (z - c_2)^2} - (z - c_2)}{\sqrt{r^2 + (z - c_1)^2} - (z - c_1)} \right] \quad (3.14)$$

$$I_2 = [8(1 - v_s)^2 - (3 - 4 v_s)] \ln \left[\frac{\sqrt{r^2 + (z + c_2)^2} + (z + c_2)}{\sqrt{r^2 + (z + c_1)^2} + (z + c_1)} \right] \quad (3.15)$$

$$I_3 = \ln \left[\frac{\sqrt{r^2 + (z - c_2)^2} - (z - c_2)}{\sqrt{r^2 + (z - c_1)^2} - (z - c_1)} \right] + \frac{z - c_2}{\sqrt{r^2 + (z - c_2)^2}} - \frac{z - c_1}{\sqrt{r^2 + (z - c_1)^2}} \quad (3.16)$$

$$I_4 = (3 - 4 v_s) \left(\ln \left[\frac{\sqrt{r^2 + (z + c_2)^2} + (z + c_2)}{\sqrt{r^2 + (z + c_1)^2} + (z + c_1)} \right] - \frac{(z + c_2)}{\sqrt{r^2 + (z + c_2)^2}} + \frac{(z + c_1)}{\sqrt{r^2 + (z + c_1)^2}} \right) - 2z \left(\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + c_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z + c_2)^2}} \right) \quad (3.17)$$

$$+ \frac{z(z + c_1)}{r^2 \sqrt{r^2 + (z + c_1)^2}} - \frac{z(z + c_2)}{r^2 \sqrt{r^2 + (z + c_2)^2}} \quad (3.18)$$

$$I_5 = \frac{6z[r^4 - z(z + c_2)^3]}{3r^2[r^2 + (z + c_2)^2]^{3/2}} - \frac{6z[r^4 + z(z + c_1)^3]}{3r^2[r^2 + (z + c_2)^2]^{3/2}} - \frac{6z}{\sqrt{r^2 + (z + c_2)^2}} + \frac{6z}{\sqrt{r^2 + (z + c_1)^2}}$$

wobei:

- c_1 Starttiefe der Linienlast T von der Geländeoberkante [m]
- c_2 Endtiefe der Linienlast T von der Geländeoberkante [m]
- l_j Länge der Linienlast T [m]
- r Radialer Abstand zwischen dem Punkt k und j [m]

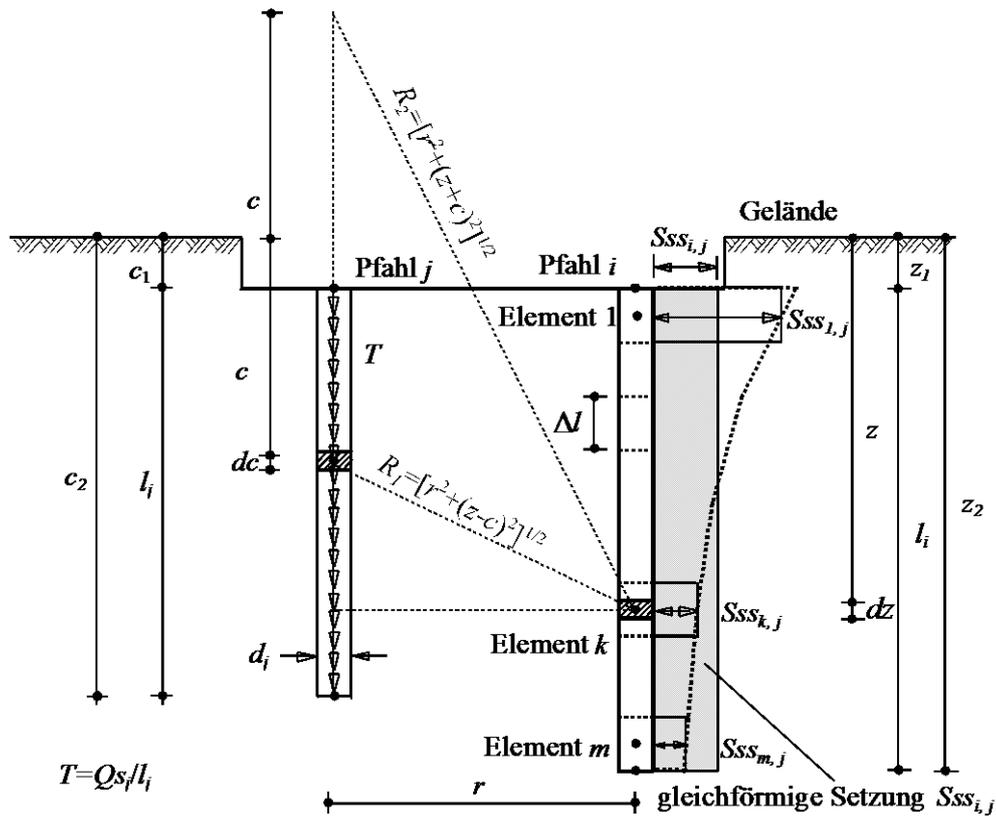


Bild 3-2 Setzung $Sss_{k,j}$ im Pfahlelement k infolge einer Mantelkraft $Qs_j = T_j l_j$ auf Pfahl j

Die gleichförmige Setzung $Sss_{i,j}$ entlang des Mantels des Pfahles i infolge einer Mantelkraft Qs_j auf dem Pfahl j kann durch Verwenden desselben Ansatzes erhalten werden, der zum Bestimmen der gleichförmigen Setzung infolge einer Spitzenkraft auf dem Fuß verwendet wird. Wie in Gl. (3.5) ist die gleichförmige Setzung $Sss_{i,j}$:

$$Sss_{i,j} = L_{i,j} Qs_j \tag{3.19}$$

wobei $L_{i,j}$ [m/kN] der Flexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Mantelkraft Qs_j auf dem Pfahl j ist. Der Mantelflexibilitätskoeffizient $L_{i,j}$ wird ausgedrückt durch:

$$L_{i,j} = \frac{\Delta l}{l_i} (I_{1,j} + I_{2,j} + I_{3,j} + I_{4,j} + \dots + I_{m,j}) \tag{3.20}$$

Setzung des Pfahlfußes $Ssb_{i,j}$ [m] infolge einer Mantelkraft Qs_j [kN]

Die Setzung $Ssb_{i,j}$ im Fuß des Pfahles i infolge einer Mantelkraft Qs_j auf dem Pfahl j wird ausgedrückt als:

$$Ssb_{i,j} = L_{b,j} Qs_j \quad (3.21)$$

wobei $L_{b,j}$ [m/kN] der Fußflexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Mantelkraft Qs_j auf dem Pfahl j ist. Der Fußflexibilitätskoeffizient wird aus Gl. (3.11) bestimmt durch Ersetzen von z mit z_2 .

Setzung im Pfahl $Ss_{i,j}$ [m] infolge einer Mantelkraft Qs_j [kN]

Wie in Gl. (3.8) wird die Setzung im Pfahl erhalten aus:

$$Ss_{i,j} = Is_{i,j} Qs_j \quad (3.22)$$

wobei $Is_{i,j} = 0.5 (L_{i,j} + L_{b,j})$ [m/kN] der Flexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Mantelkraft Qs_j auf dem Pfahl j ist.

Setzung im Pfahl Ss_i [m] infolge aller Mantelkräfte

Wie in Gl. (3.10) wird die Setzung einer Pfahlgruppe von n_p Pfählen in Matrixform gegeben durch:

$$\{Ss\} = [Is] \{Qs\} \quad (3.23)$$

wobei:

- $\{Ss\}$ n_p Vektor der Setzungen der Pfähle infolge der Mantelkräfte auf den Pfählen
- $[Is]$ $n_p * n_p$ Matrix der Pfahlflexibilitätskoeffizienten infolge der Einheitsmantelkräfte, $Is_{i,i} = 0$
- $\{Qs\}$ n_p Vektor der Mantelkräfte auf den Pfählen

Eigensetzung des Pfahles Sv_i [m]

Gemäß DIN 4014 [6] wird die Eigensetzung des Pfahles aus der empirischen nichtlinearen Beziehung zwischen Last und Setzung eines einzelnen Pfahles bestimmt, wie im Bild 3-3 gezeigt.

Demnach kann die Beziehung zwischen der Eigensetzung im Pfahl und seiner Last ausgedrückt werden mit:

$$Sv_i = \frac{I}{\tan k_i} Qp_i = Cp_i Qp_i \quad (3.24)$$

wobei:

S_{v_i} Eigensetzung des Pfahles i [m]

Q_{p_i} Last auf dem Pfahl i , $Q_{p_i} = Q_{b_i} + Q_{s_i}$ [kN]

$\tan k_i$ Verhältnis zwischen der Last auf dem Pfahl und der Setzung [kN/m]

C_{p_i} Flexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Einheitslast darauf,
 $C_{p_i} = 1/\tan k_i$ [m/kN]

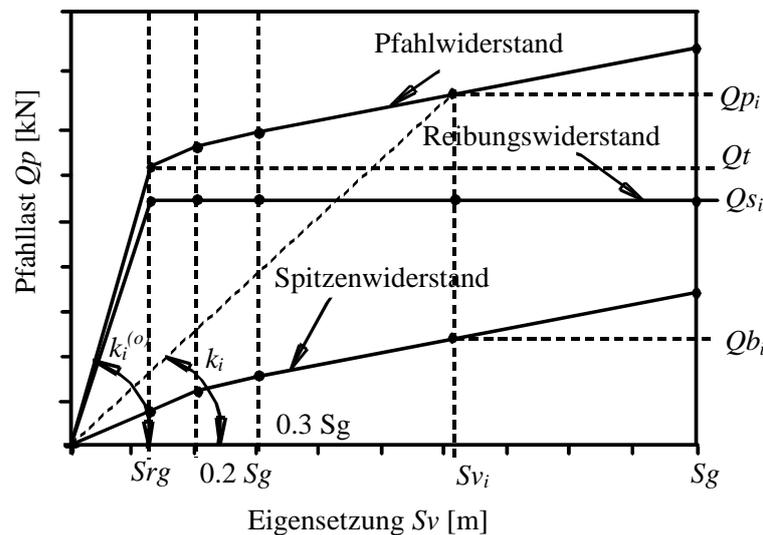


Bild 3-3 Last-Setzungslinie eines einzelnen Pfahles nach DIN 4014 [6]

Für eine Pfahlgruppe von n_p Pfählen kann Gl. (3.24) in Matrixform wie folgt geschrieben werden:

$$\{S_v\} = [C_p] \{Q_p\} \quad (3.25)$$

wobei:

$\{S_v\}$ n_p Vektor der Eigensetzungen in den Pfählen

$[C_p]$ $n_p * n_p$ diagonale Matrix der Flexibilitätskoeffizienten infolge der Einheitspfahllasten

$\{Q_p\}$ n_p Vektor der Pfahllasten

Gleichung (3.25) kann auch in anderer Form wie folgt geschrieben werden:

$$\{Q_p\} = [K_p] \{S_v\} \quad (3.26)$$

wobei $[K_p] = [C_p]^{-1}$ eine diagonale Matrix mit der Dimension $[n_p * n_p]$ ist, die die Bodensteifigkeit infolge der Eigensetzungen darstellt. Die Matrixkoeffizienten werden erhalten aus $(\tan k_i)$.

Es ist notwendig, einen Anfangswert für den Flexibilitätskoeffizient Cp_i bei der nichtlinearen Berechnung der Pfahlgruppe oder der Pfahlplattengründung abzuschätzen, um die Berechnung zu beginnen. Dieser Wert kann aus dem Verhältnis zwischen Pfahllast Qt und Setzung Srg abgeschätzt werden, wie im Bild 3-3 und Gl. (3.27) gezeigt. Aus Bild 3-3 ist ersichtlich, dass für eine relative leichte angewandte Last auf die Platte d.h. $Qp \leq Qt$ die Berechnung mit diesem Anfangswert ohne Änderung durchgeführt werden kann.

$$Cp_i^{(o)} = \frac{l}{\tan k_i^{(o)}} \quad (3.27)$$

wobei:

- $\tan k_i^{(o)}$ Verhältnis zwischen Qt und Srg [kN/m]
- $Cp_i^{(o)}$ Anfänglicher Flexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Einheitslast darauf [m/kN]
- Srg Setzung beim Mantelreibungsbruch [m]
- Qt Pfahllast entsprechend zu Srg [kN]

3.2.2 Pfahl-Platte-Interaktion

In der Berechnung werden sowohl die Platte als auch die Kontaktfläche des unterstützenden Mediums in Elemente unterteilt. Bei jedem Knoten in den Elementen kann die Sohldruckfläche um diesen Knoten verschiedene Formen entsprechend der natürlichen Geometrie der Elemente um den Knoten annehmen. Der Sohldruck qr_j [kN/m²] an der Fläche um einen Knoten j auf der Platte wird durch eine äquivalente Sohlfkraft Qr_j [kN] ersetzt. Bild 3-4 zeigt ein Mantelement k des Pfahles i , das von einer Sohlfkraft Qr_j beeinflusst wird, die auf die Platte am Knoten j angreift.

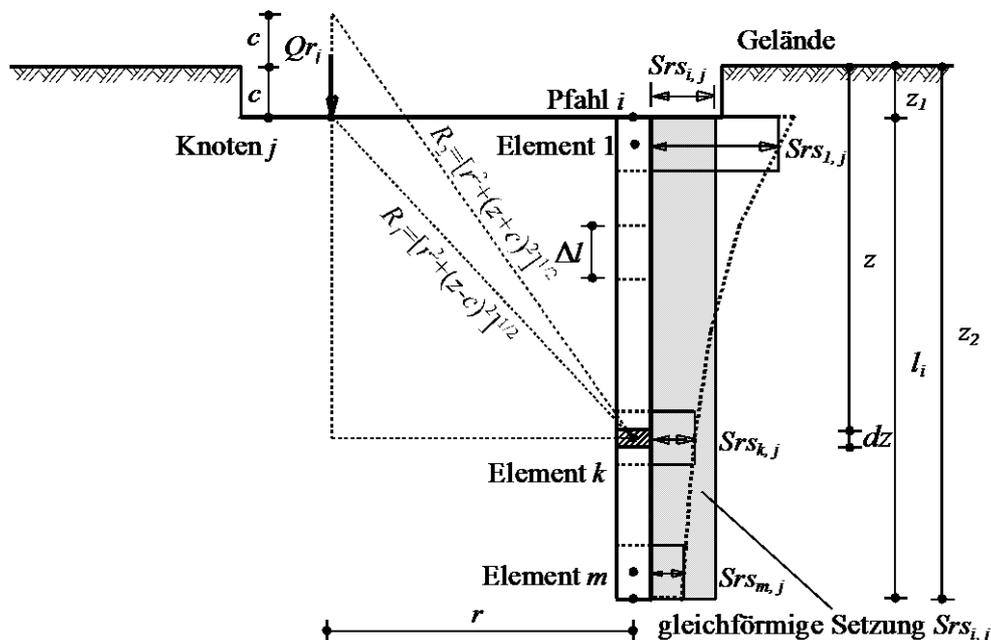


Bild 3-4 Setzung $Srs_{k,j}$ in einem Pfahlelement k infolge einer Sohlfkraft Qr_j

Mit Benutzung des beschriebenen Ansatzes im Abschnitt 3.2.1 und mit denselben Gleichungen wird eine Setzung $Srs_{k,j}$ in einem Pfahlelement k infolge einer Sohlkraft Qr_j bestimmt. Dann kann eine gleichförmige Setzung $Srs_{i,j}$ entlang des Mantels des Pfahles i mit Hilfe numerischer Integration auf dieselbe Weise aus den Gln. (3.3) bis (3.5) erhalten werden. Schließlich wird die Setzung $Srb_{i,j}$ im Fuß des Pfahles i infolge einer Sohlkraft Qr_j in gleicher Weise aus Gl. (3.7) erhalten. Mit dem Durchschnitt der Setzungen Srs_i und $Srb_{i,j}$ ergibt sich die Setzung im Pfahl wie folgt:

$$Sr_{i,j} = Jr_{i,j} Qr_j \quad (3.28)$$

wobei Jr_i der Flexibilitätskoeffizient des Pfahles i infolge einer Sohlkraft Qr_j im Knoten j auf der Platte [m/kN] ist.

Für eine Pfahlgruppe von n_p Pfählen werden die Setzungen der Pfähle infolge der Sohlkräfte ausgedrückt durch:

$$\{Sr\} = [Jr] \{Qr\} \quad (3.29)$$

wobei:

- $\{Sr\}$ n_p Vektor der Setzungen in den Pfählen infolge der Sohlkräfte auf der Platte
- $[Jr]$ $n_p * n_r$ Matrix der Pfahlflexibilitätskoeffizienten infolge der Einheitssohlkräfte
- $\{Qr\}$ n_r Vektor der Sohlkräfte auf der Platte

Jetzt wird die Gesamtsetzung in einem Pfahl i infolge aller Kräfte im System der Pfahl-Plattengründung berechnet aus:

$$\{Sp\} = \{Sb\} + \{Ss\} + \{Sv\} + \{Sr\} \quad (3.30)$$

Setzt man die Gln. (3.10), (3.23), (3.25) und (3.29) in Gl. (3.30) ein, ergibt sich:

$$\{Sp\} = [Fb] \{Qb\} + [Is] \{Qs\} + [Cp] \{Qp\} + [Jr] \{Qr\} \quad (3.31)$$

wobei:

- $\{Sp\}$ n_p Vektor der Gesamtsetzungen in den Pfählen infolge aller Kräfte im System der Pfahl-Plattengründung

3.2.3 Platte-Pfahl-Interaktion

Die Bilder 3-5 und 3-6 zeigen die Platte-Pfahl-Interaktion für sowohl den Pfahlfuß als auch den Pfahlmantel. Nach Bild 3-5 wird die Setzung $Wb_{i,j}$ [m] in einem Knoten i auf der Platte infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j gegeben durch:

$$Wb_{i,j} = Cb_{i,j} Qb_j \quad (3.32)$$

während die Setzung $Wb_{i,j}$ [m] in einem Knoten i auf der Platte infolge einer Mantelkraft Qs_j auf dem Pfahl j , wie im Bild 3-6 gezeigt, errechnet wird mit:

$$Ws_{i,j} = Cs_{i,j} Qs_j \quad (3.33)$$

wobei $Cb_{i,j}$ [m/kN] der Flexibilitätskoeffizient im Knoten i infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j und $Cs_{i,j}$ [m/kN] der Flexibilitätskoeffizient im Knoten i infolge einer Mantelkraft Qs_j auf dem Pfahl j ist. Die Flexibilitätskoeffizienten $Cb_{i,j}$ und $Cs_{i,j}$ werden direkt aus Gl. (3.2) und Gl. (3.13) errechnet.

Für eine Platte von n_r Knoten wird Gl. (3.32) in Matrixform wie folgt geschrieben:

$$\{Wb\} = [Cb] \{Qb\} \quad (3.34)$$

wobei:

$\{Wb\}$ n_r Vektor der Setzungen in den Plattenknoten infolge der Spitzenkräfte

$[Cb]$ $n_r * n_p$ Matrix der Plattenflexibilitätskoeffizienten infolge der Einheitsspitzenkräfte auf den Pfählen

Ebenso wird Gl. (3.33) für die Platte wie folgt geschrieben:

$$\{Ws\} = [Cs] \{Qs\} \quad (3.35)$$

wobei:

$\{Ws\}$ n_r Vektor der Setzungen in der Platte infolge der Mantelkräfte

$[Cs]$ $n_r * n_p$ Matrix der Plattenflexibilitätskoeffizienten infolge der Einheitsmantelkräfte an den Pfählen

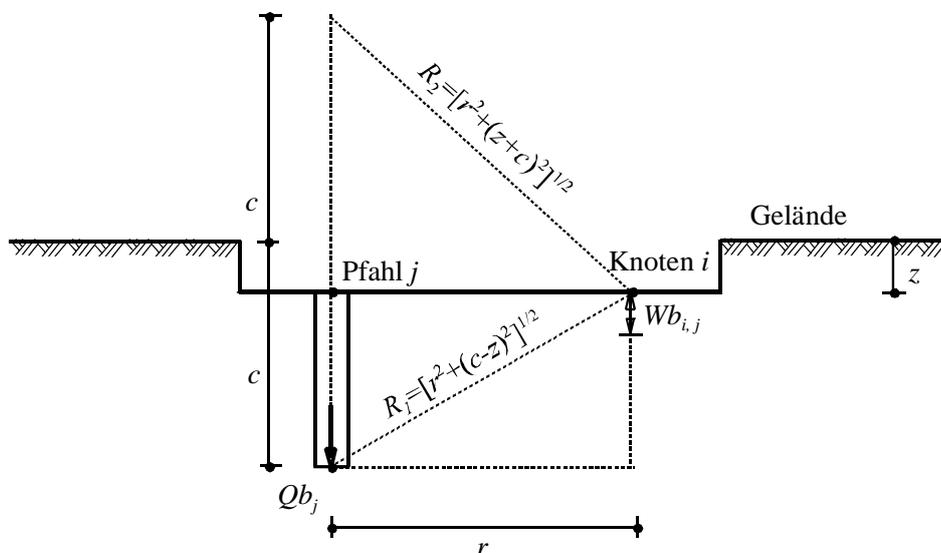
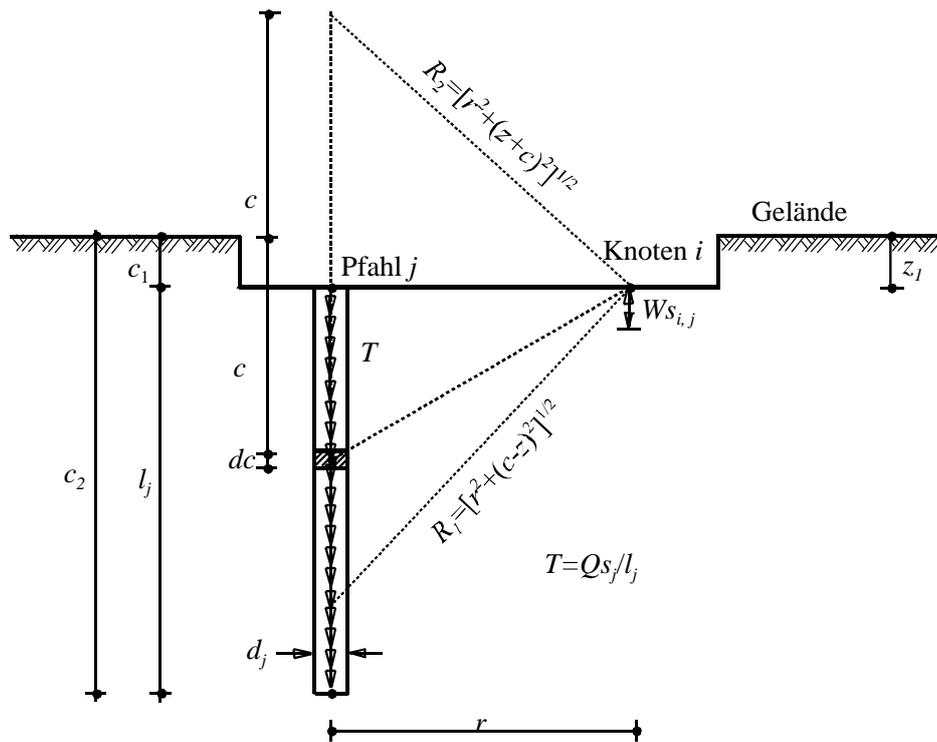


Bild 3-5 Setzung $Wb_{i,j}$ in einem Knoten i infolge einer Spitzenkraft Qb_j auf dem Fuß des Pfahles j

Bild 3-6 Setzung $W_{s_{i,j}}$ im Knoten i infolge einer Mantelkraft $Q_{s_j} = T_j l_j$ auf dem Pfahl j

3.2.4 Platte-Boden-Interaktion

Die *Mindlinsche* Lösung (1936) wird verwendet, um die Setzung in einem Punkt innerhalb der Bodenmasse infolge einer Last unter Gelände abzuschätzen. Deshalb wird die Lösung für die Pfahlprobleme angewendet. Die *Mindlinsche* Lösung ist auch besonders für die Berechnung der Platte bei Pfahlplattengründungsproblemen geeignet, wobei die Gründungstiefe in den meisten Fällen relativ tief ist, sodass die Sohldrücke Tiefeneinwirkung unter Gelände erzeugen. In der gegenwärtigen Berechnung können die Setzungen in den Plattenknoten infolge der Sohldräfte auf der Platte aus der *Mindlinschen* Lösung bestimmt werden, in welcher die Flexibilitätskoeffizienten für eine Sohldräfte auf der Platte aus Gl. (3.2) erhalten werden. Dies kann direkt für alle Knoten außer dem belasteten Knoten durchgeführt werden. Der Grund ist, dass am belasteten Knoten $c = z$ ist. Folglich wird der erste Ausdruck in der Gl. (3.2) singular, wenn $r = 0$ ist. In diesem Fall kann Gl. (3.2) benutzt werden, aber nur mit Ersatz des ersten Ausdruckes durch einen anderen, anwendbar für den belasteten Knoten. Der Ersatzausdruck in Gl. (3.2) wird durch Konvertierung der Punktlast zu einer äquivalenten gleichförmigen Last und Durchführung der Integration über der belasteten Fläche abgeleitet. Der Ersatzausdruck in Gl. (3.2) an der Ecke einer rechteckigen belasteten Fläche wird nach der Integration, wenn $z = c \neq 0$ ist:

$$C_1 = \frac{3-4\nu_s}{2} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{(m+a)}{(m-a)} + \frac{1}{b} \ln \frac{(m+b)}{(m-b)} \right) \quad (3.36)$$

wobei:

a, b Seiten der belasteten Fläche [m]

und $m = \sqrt{a^2 + b^2}$

Da die *Mindlinsche* Lösung (1936) mit $c = 0$ äquivalent zur *Boussinesqschen* Lösung (1885) ist, wird der Flexibilitätskoeffizient $C_{i,i}$ infolge einer rechteckigen gleichförmig belasteten Fläche, wenn $z = c = 0$ aus der *Boussinesqschen* Lösung erhalten wurde, wie folgt:

$$C_{i,i} = \frac{1 - \nu_s^2}{2 \pi E_s} \left(\frac{1}{a} \ln \frac{(m+a)}{(m-a)} + \frac{1}{b} \ln \frac{(m+b)}{(m-b)} \right) \quad (3.37)$$

Für die Berechnung von Platte-Boden-Flexibilitätskoeffizienten wird Gl. (3.37), Gl. (3.2) oder Gl. (3.2) mit dem modifizierten Ausdruck in Gl. (3.36) benutzt. Die Setzung $W_{r,i,j}$ [m] im Knoten i auf der Platte infolge einer Sohlkraft $Q_{r,j}$ im Knoten j wird gegeben durch:

$$W_{r,i,j} = C_{r,i,j} Q_{r,j} \quad (3.38)$$

wobei:

$C_{r,i,j}$ Plattenflexibilitätskoeffizienten des Knotens i infolge einer Sohlkraft $Q_{r,j}$ im Knoten j , [m/kN]

$C_{r,i,j} = f_{i,j}$ für $i \neq j$

$C_{r,i,j} = C_{i,i}$ für $i = j$ und $z = c = 0$

$C_{r,i,j} = f_{i,j}$ mit modifiziertem Ausdruck C_I für $i = j$ und $z = c \neq 0$

Für eine Platte von n_r Knoten kann die Setzung in Matrixform ausgedrückt werden durch:

$$\{W_r\} = [C_r] \{Q_r\} \quad (3.39)$$

wobei:

$\{W_r\}$ n_r Vektor der Setzungen in den Plattenknoten infolge der Sohlkräfte auf der Platte

$[C_r]$ $n_r * n_r$ Quadratmatrix der Plattenflexibilitätskoeffizienten infolge der Einheitssohlkräfte auf der Platte

$\{Q_r\}$ n_r Vektor der Sohlkräfte auf der Platte

Gleichung (3.39) wird neu geschrieben wie folgt:

$$\{Q_r\} = [K_s] \{W_r\} \quad (3.40)$$

wobei:

$[K_s]$ Bodensteifigkeitsmatrix der Platte $[K_s] = [C_r]^{-1}$

Die Gesamtsetzung in der Platte infolge aller Kräfte im System der Pfahl-Plattengründung wird gegeben durch:

$$\{W_t\} = \{W_b\} + \{W_s\} + \{W_r\} \quad (3.41)$$

Setzt man die Gln. (3.34), (3.35) und (3.39) in Gl. (3.41) ein, erhält man:

$$\{W_t\} = [C_b] \{Q_b\} + [C_s] \{Q_s\} + [C_r] \{Q_r\} \quad (3.42)$$

wobei:

$\{W_t\}$ n_r Vektor der Gesamtsetzung in der Platte infolge aller Kräfte im System der Pfahl-Plattengründung

3.2.5 Formulierung der Bodengleichungen

Nachfolgend stellt der Vektor $\{S\}$ die Gesamtsetzungen im Plattennetz infolge aller Kräfte im System der Kombinierten Pfahl-Plattengründung dar. Dieser Vektor muss die Dimension $n = n_p + n_r$ haben, um die Setzungen in den Plattenknoten und Pfählen zusammen zu erfassen. Der Vektor der Gesamtsetzungen kann erhalten werden durch:

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} \{S_p\} \\ \{W_t\} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

Setzt man die Gln. (3.31) und (3.42) in Gl. (3.43) ein, erhält man:

$$\{S\} = \begin{Bmatrix} [Fb]\{Q_b\} + [Is]\{Q_s\} + [Cp]\{Q_p\} + [Jr]\{Q_r\} \\ [Cb]\{Q_b\} + [Cs]\{Q_s\} + [Cr]\{Q_r\} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

oder

$$\{S\} = \begin{bmatrix} [Cp] & [0] \\ [0] & [Cr] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q_p\} \\ \{Q_r\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [Fb]\{Q_b\} + [Is]\{Q_s\} + [Jr]\{Q_r\} \\ [Cb]\{Q_b\} + [Cs]\{Q_s\} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

Gleichung (3.45) wird vereinfacht zu:

$$\{S\} = [C]\{Q\} + \{Pr\} \quad (3.46)$$

während $\{Pr\}$ gegeben wird mit:

$$\{Pr\} = \begin{Bmatrix} [Fb]\{Q_b\} + [Is]\{Q_s\} + [Jr]\{Q_r\} \\ [Cb]\{Q_b\} + [Cs]\{Q_s\} \end{Bmatrix} \quad (3.47)$$

und der Ausdruck $[C]\{Q\}$ wird gegeben mit:

$$[C]\{Q\} = \begin{bmatrix} [Cp] & [0] \\ [0] & [Cr] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q_p\} \\ \{Q_r\} \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

wobei:

$\{Q\}$ n Vektor der Pfahllasten und Sohlkräfte

$[C]$ $n * n$ Matrix der Flexibilitätskoeffizienten der Pfähle und Platte

Durch Inversion der Flexibilitätskoeffizientenmatrix der Pfähle wird Gl. (3.45):

$$\{Q\} = [K_s]\{S\} - [K_s]\{Pr\} \quad (3.49)$$

oder

$$\{Q\} = [K_s]\{S\} - \{Pe\} \quad (3.50)$$

wobei $[K_s] = [C]^{-1}$ die Bodensteifigkeitsmatrix der Pfähle und Platte ist und gegeben wird mit:

$$[K_s] = \begin{bmatrix} [K_p] & [0] \\ [0] & [K_r] \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

während der Vektor $\{Pe\}$ gegeben wird mit:

$$\{Pe\} = [K_s]\{Pr\} \quad (3.52)$$

Dabei stellt $[K_r]$ die Steifigkeit des Bodens für die Platte allein dar.

3.2.5.1 Mehrschichtenboden

Die vorher beschriebenen Flexibilitätskoeffizienten können nur für das isotrope elastische Halbraumbodenmedium angewandt werden. Für eine begrenzte Schicht können die Flexibilitätskoeffizienten erhalten werden, wie von *Poulos/ Davis* (1980) beschrieben wird. Als Beispiel ist der Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k in einer Schicht mit der Tiefe h dann:

$$f_{k,j}(h) = f_{k,j}(\infty) - f_{h,j}(\infty) \quad (3.53)$$

wobei:

$f_{k,j}(h)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k in einer Schicht mit der Tiefe h infolge einer Einheitslast im Punkt j [m/kN]

$f_{k,j}(\infty)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k für den Halbraum infolge einer Einheitslast im Punkt j [m/kN]

$f_{h,j}(\infty)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt innerhalb dem Halbraum direkt unter k an einer Tiefe h unter Gelände infolge einer Einheitslast im Punkt j [m/kN]

3.2.5.2 Einfluss der Wiederbelastung

Um das Verformungsverhalten des Baugrunds zu verbessern, ist die Gesamtsetzung der Kombinierten Pfahl-Plattengründung in zwei Teile geteilt. Im ersten Teil verformt sich der Baugrund entsprechend dem Steifemodul für Wiederbelastung W_s [kN/m²], bis der Sohldruck die Vorbelastung des Baugrunds in der Fundamentsohle q_v [kN/m²] erreicht. Im zweiten Teil nach Erreichen der in der Fundamentsohle vor Baugrubenaushub vorhandenen Belastung q_v [kN/m²] verformt sich der Baugrund bei gleichem Druck q_e stärker entsprechend dem Steifemodul für Erstbelastung E_s [kN/m²], bis der Sohldruck den mittleren angewandten Sohldruck q_o [kN/m²] erreicht. Deshalb wird die Drucksetzungslinie (Bild 3-7) in 2 lineare Bereiche eingeteilt und die Setzung aus 2 Anteilen bestimmt:

$$f_{k,j} = \frac{qv}{qo} f_{k,j}(Ws) + \frac{qe}{qo} f_{k,j}(Es) \quad (3.54)$$

wobei:

$f_{k,j}(Ws)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k infolge einer Einheitslast im Punkt j , der mit Ws berechnet wird [m/kN]

$f_{k,j}(Es)$ Flexibilitätskoeffizient für einen Punkt k infolge einer Einheitslast im Punkt j , der mit Es berechnet wird [m/kN]

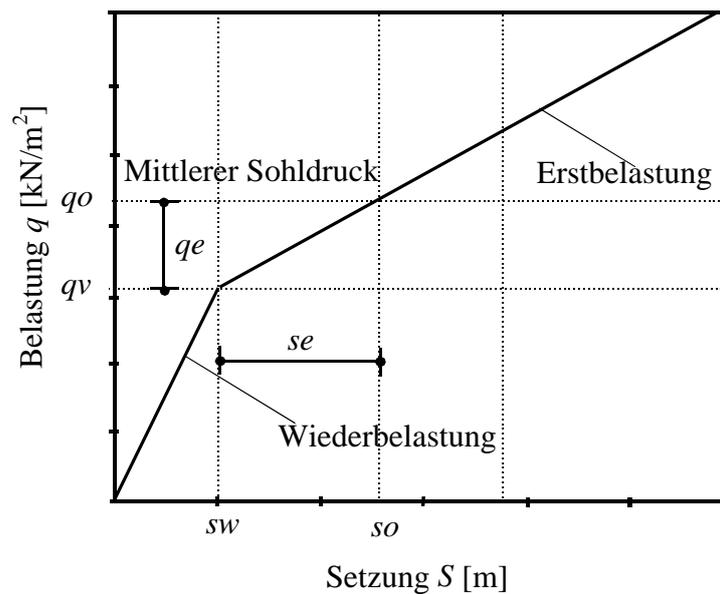


Bild 3-7 Last-Setzungs-Diagramm

3.2.6 Berechnung einer starren Kombinierten Pfahl-Plattengründung

Bild 3-8 zeigt eine starre Kombinierte Pfahl-Plattengründung, wobei in diesem Fall die Setzung durch starre Körperverschiebung w_o am Plattenmittelpunkt und durch zwei Verdrehungen θ_x und θ_y um die x - und y -Achse definiert wird.

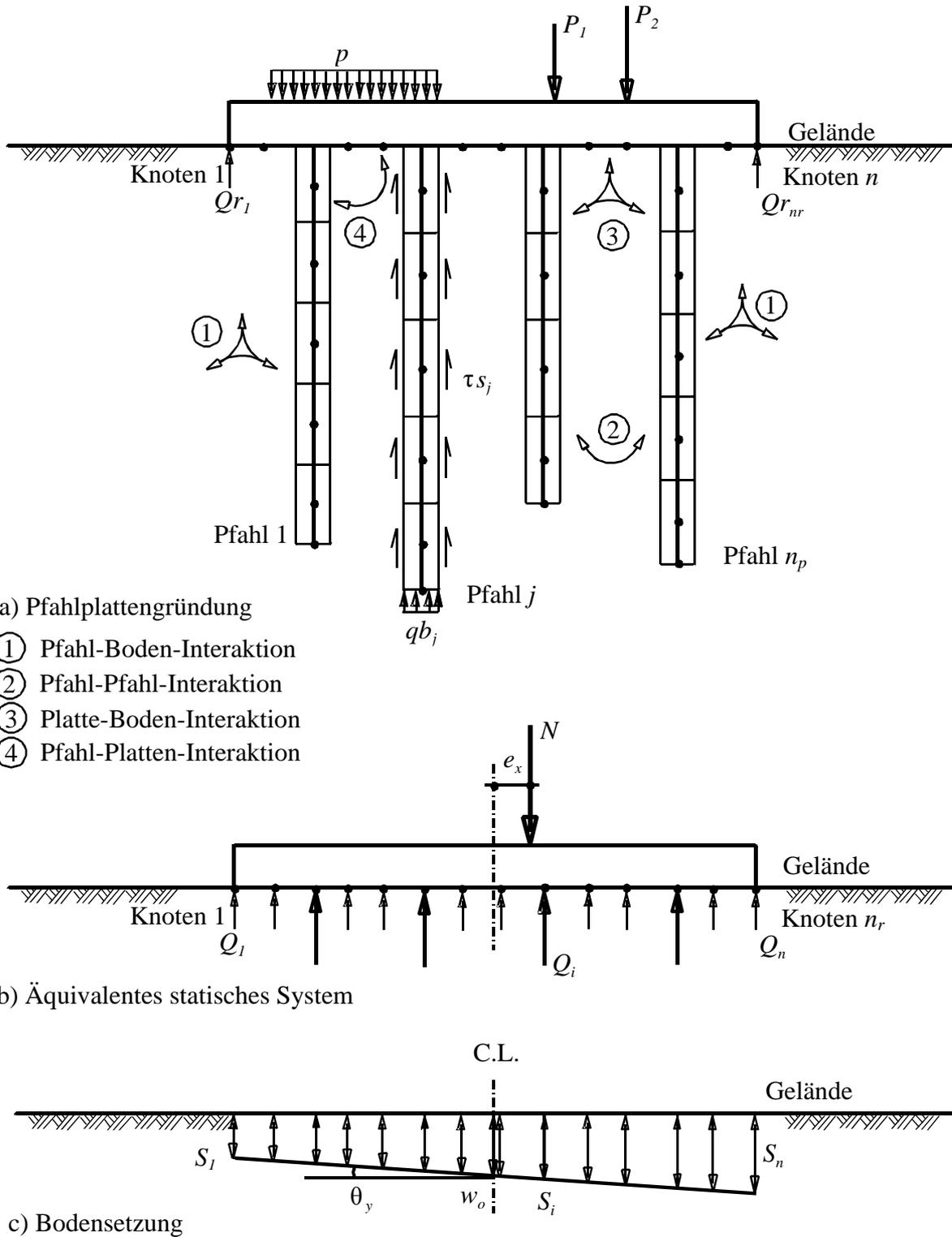


Bild 3-8 Modellierung einer starren Kombinierten Pfahl-Plattengründung

Bei der starren Platte bestehen zwischen den Setzungen S_i der Knoten i mit den Koordinaten (x_i, y_i) vom Geometrieflächenschwerpunkt folgende geometrische Beziehungen:

$$S_i = w_o + x_i \tan \theta_y + y_i \tan \theta_x \quad (3.55)$$

Gleichung (3.56) in Matrizenform für die gesamte Platte wird wie folgt geschrieben:

$$\{S\} = [X]^T \{\Delta\} \quad (3.56)$$

wobei:

$\{\Delta\}$ 3 Vektor der Verschiebung w_o des Plattenmittelpunkts und die Verdrehungen $\tan \theta_y$ und $\tan \theta_x$

$[X]^T$ 3 * n Vektor der Koordinaten x und y

Nimmt man ferner an, dass die Resultierende N aller Sohlkräfte gemäß Bild 3-7 die Exzentrizitäten e_x, e_y hat, so ergeben sich folgende Gleichgewichtsbedingungen für die lotrechten Kräfte und Momente:

- Die Summe der lotrechten Kräfte Q muss null sein
- Die Summe der Momente um die x - oder y -Achse muss null sein

Nimmt man Q_i als ein Symbol, um entweder Pfahllast Q_p oder Sohlkraft Q_r im Netz darzustellen, ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} N &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n \\ N \cdot e_x &= Q_1 \cdot x_1 + Q_2 \cdot x_2 + Q_3 \cdot x_3 + \dots + Q_n \cdot x_n \\ N \cdot e_y &= Q_1 \cdot y_1 + Q_2 \cdot y_2 + Q_3 \cdot y_3 + \dots + Q_n \cdot y_n \end{aligned} \right\} \quad (3.57)$$

wobei:

N Resultierende der Lasten, die auf die Platte einwirken [kN]

$N e_x$ Momente infolge der Resultierenden um die x -Achse, $M_x = N e_x$ [kN.m]

$N e_y$ Momente infolge der Resultierenden um die y -Achse, $M_y = N e_y$ [kN.m]

e_x, e_y Exzentrizitäten der Resultierenden um die x - und y -Achse [m]

x_i, y_i Koordinaten der Last Q_i [m]

Gleichung (3.57) in Matrizenform für die gesamte Kombinierte Pfahl-Plattengründung wird wie folgt neu geschrieben:

$$\{N\} = [X] \{Q\} \quad (3.58)$$

Dabei ist $\{N\}$ der Vektor der resultierenden Kräfte und Momente auf der Platte.

Setzt man die Gln. (3.50) und (3.56) in Gl. (3.58) ein, so erhält man folgendes lineare Gleichungssystem:

$$\{N\} = [X][K_s][X]^T \{\Delta\} - [X]\{P_e\} \quad (3.59)$$

Durch Lösung dieser Gl. (3.59) ergeben sich w_o , $\tan \theta_x$ und $\tan \theta_y$. Mit diesen Werten ergibt sich aus den Gln. (3.56) und (3.60) folgende Gleichung zur Bestimmung der n unbekanntenen Pfahllasten und Sohlkräfte:

$$\{Q\} = [K_s][X]^T \{\Delta\} - \{P_e\} \quad (3.60)$$

Setzt man auch die Werte w_o , $\tan \theta_x$ und $\tan \theta_y$ in Gl. (3.56) ein, so erhält man die n Setzungen.

3.2.7 Berechnung einer starren Pfahlgruppe oder schlaffen Platte auf starrer Pfahlgruppe

Die Berechnung von starren Pfahlgruppen mit n_p Pfählen unter Verwendung der beschriebenen nichtlinearen Beziehung ist einfacher als die Berechnung einer starren Kombinierten Pfahl-Plattengründung. In diesem Fall werden die Sohlkräfte $\{Q_r\}$ und die Setzungen $\{W_t\}$ auf den Plattenknoten aus oben genannten Gleichungen weggelassen. Dann wird der Vektor $\{P_r\}$ von Gl. (3.47) gegeben durch:

$$\{P_r\} = \{[F_b]\{Q_b\} + [I_s]\{Q_s\}\} \quad (3.61)$$

und der Ausdruck $[C]\{Q\}$ in Gl. (3.48) wird gegeben durch:

$$[C]\{Q\} = [C_p]\{Q_p\} \quad (3.62)$$

Im Falle einer schlaffen Platte, bei der die Pfahlgruppen mit den bekannten Lasten $\{Q_p\}$ und $\{Q_r\}$ beeinflusst werden, kann Gl. (3.45) direkt verwendet werden, um die Setzung jedes Pfahles in der Gruppe zu bestimmen.

3.2.8 Berechnung einer elastischen Kombinierten Pfahl-Plattengründung

Es ist möglich, die Gründungsplatte als eine elastische Platte auf starren Pfählen zu behandeln. Nach der FE-Methode kann die Grundformulierung der Gleichgewichtsgleichung für die Platte in allgemeiner Form durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$[K_g]\{\delta\} = \{P\} - \{Q\} \quad (3.63)$$

wobei:

- $\{p\}$ $3 * n_r$ Vektor der Kräfte enthält die Wirkung und Rückwirkung auf die Platte
- $[K_g]$ $3 n_r * 3 n_r$ Steifigkeitsmatrix für die Platte
- $\{\delta\}$ $3 * n_r$ Verformungsvektor der Platte

Setzt man die Gl. (3.50) in Gl. (3.63) ein, ergibt sich:

$$[K_g]\{\delta\} = \{P\} - [K_s]\{S\} + \{P_e\} \quad (3.64)$$

Betrachtet man die Kompatibilität zwischen der Verschiebung der Pfahlplattengründung δ_i und der Setzung des Bodens s_i , erhält man das folgende lineare Gleichungssystem der Pfahl-Plattengründung mit einer elastischen Platte:

$$[[K_s] + [K_g]]\{\delta\} = \{P\} + \{P_e\} \quad (3.65)$$

3.2.9 Iterationsverfahren

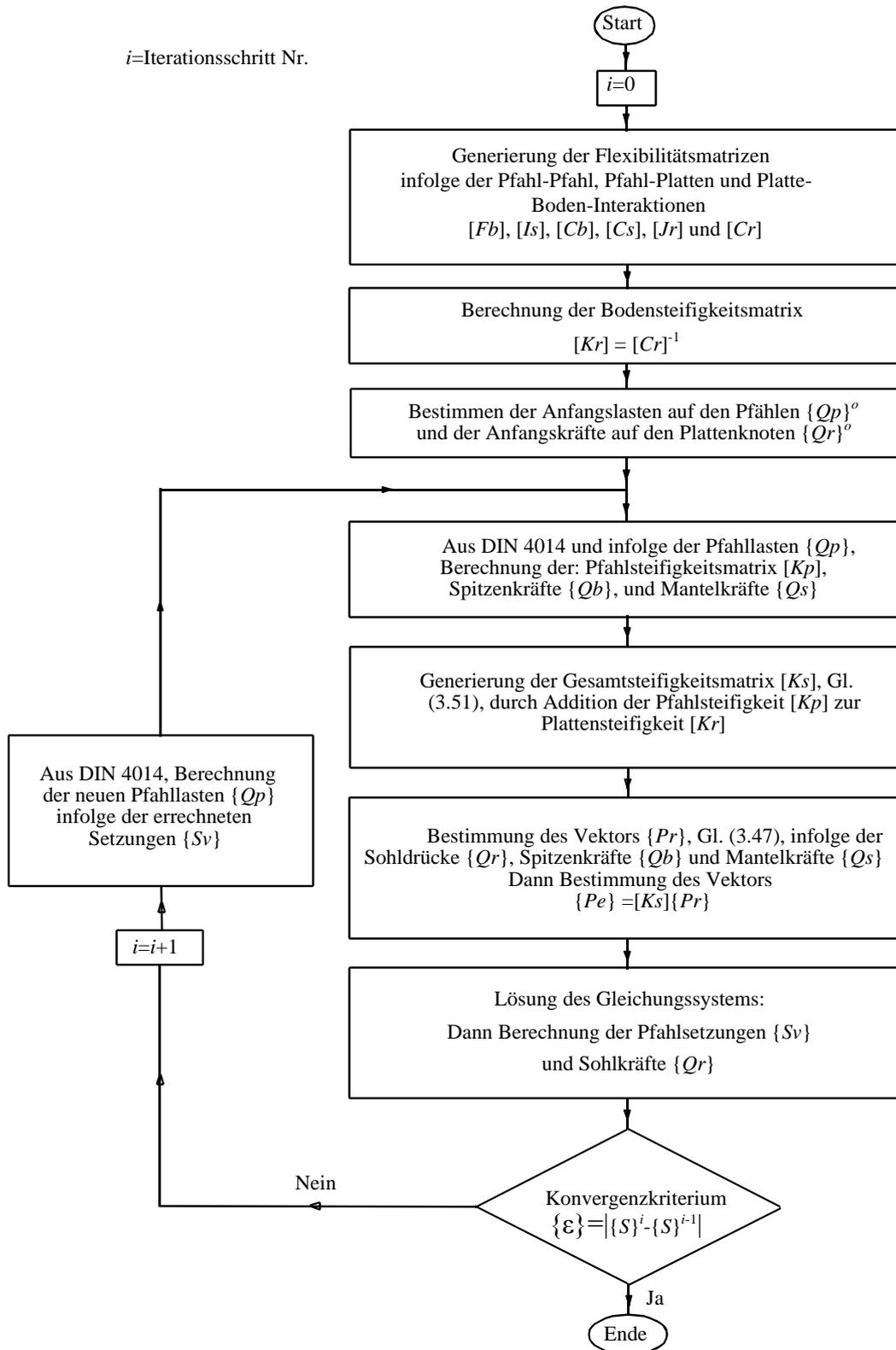
Ein Iterationsverfahren wird vorgeschlagen, um das System von linearen Gleichungen, Gl. (3.59), der Kombinierten Pfahl-Plattengründung zu lösen. Die Grundidee dieses Verfahrens ist, dass die Pfahlsteifigkeit aus der Last-Setzungs-Beziehung infolge der Eigensetzung bestimmt wird. Es ist einfacher, die Pfahlsteifigkeit zur Plattensteifigkeit zu addieren. Die Pfahlplatten werden für jeden Iterationsschritt berechnet, bis die Kompatibilität zwischen den Setzungen von Platte, Pfählen und Boden erreicht ist. Der Iterationsprozess des Verfahrens kann nach den folgenden Schritten beschrieben werden:

- 1 Generierung der Flexibilitätsmatrizen infolge der Pfahl-Pfahl-, Pfahl-Platten- und Platte-Boden-Interaktion: $[Fb]$, $[Is]$, $[Cb]$, $[Cs]$, $[Jr]$ und $[Cr]$
- 2 Berechnung der Bodensteifigkeitsmatrix der Platte infolge der Platte-Boden-Interaktion, $[Kr] = [Cr]^{-1}$
- 3 Mit Hilfe angewandter Last auf der Platte kann eine mittlere Spannung auf dem Plattenknoten und den Pfählen angenommen werden. Dann werden die Anfangslasten $\{Qp\}$ auf den Pfählen und die Anfangskräfte $\{Qr\}$ auf den Plattenknoten bestimmt
- 4 Aus der Last-Setzungs-Linie nach DIN 4014 [6] werden die folgenden Werte berechnet:
 - Pfahlsteifigkeitsmatrix $[Kp]$
 - Spitzenkräfte auf den Pfählen $\{Qb\}$ infolge der Pfahllasten $\{Qp\}$ und
 - Mantelkräfte auf die Pfähle $\{Qs\}$ infolge der Pfahllasten $\{Qp\}$
- 5 Generierung der Gesamtsteifigkeitsmatrix von Pfählen und Platte $[Ks]$ durch Addition der Pfahlsteifigkeit $[Kp]$, die im Schritt 4 wird berechnet, zur Plattensteifigkeit $[Kr]$
- 6 Bestimmung des Vektors $\{Pr\}$ in Gl. (3.47) infolge der Sohlkräfte und der errechneten Spitzen- und Mantelkräfte auf den Pfählen im Schritt 4. Dann Bestimmung des Vektors $\{Pe\}$ aus Gl. (3.52)
- 7 Durchführung der Berechnung der Kombinierten Pfahl-Plattengründung, Gl. (3.59) für die starre Platte und Gl. (3.65) für die elastische Platte, um die Pfahlsetzungen $\{Sv\}$ und Sohlkräfte $\{Qr\}$ zu erhalten
- 8 Vergleich zwischen der Setzung aus dem Schritt i und der aus Schritt $i + 1$, um die Genauigkeit der Lösung zu finden

3 Empirische und Numerische Berechnung von Pfahlgruppen und KPP

- 9 Wenn die Genauigkeit im Schritt 8 nicht bis zu einer angegebenen Toleranz ε geht, wird eine neue Gruppe von Pfahllasten infolge der errechneten Setzungen $\{S_v\}$ aus der Last-Setzungslinie nach DIN 4014 [6] erhalten und das Programm wird zu Schritt 4 gehen

Die Schritte 4 bis 9 sind so lange zu wiederholen, bis die gewünschte Genauigkeit ε erreicht ist, was bedeutet, dass eine ausreichende Kompatibilität zwischen den Setzungen von Pfählen, Platte und Boden in der Pfahl-Platten-Boden-Schnittstelle erreicht ist. Bild 3-9 zeigt die Iterationsschritte zu diesen Verfahren.

Bild 3-9 Ablaufdiagramm des Iterationsprozesses im Programm *ELPLA*

3.3 Untersuchungsfall: Kombinierte Pfahl-Plattengründung des *Messturmes*

3.3.1 Beschreiben des Problems

Der *Messturm* war bis 1997 das höchste Hochhaus in Europa, 0. Das Gebäude steht in Frankfurt/ Main in Deutschland. Es ist 256 [m] hoch und steht auf einer Kombinierten Pfahl-Plattengründung.



Bild 3-10 *Messturm* nach [http://de.wikipedia.org/wiki/Messturm_\(Frankfurt\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Messturm_(Frankfurt))

Mit Benutzung der installierten Instrumente in diesem Fundament wurde ein umfangreiches Messprogramm etabliert, um das Verhalten des Gebäudes zu überwachen. Weil diese Instrumente die Setzungen der Platte, Sohldrücke auf der Platte und Lasten auf den Pfahlköpfen und entlang der Pfahlmäntel notieren, war das Gebäude eine gute Chance für viele Autoren, um ihre Berechnungsverfahren zu überprüfen. Seit der *Messturm* gebaut wurde, haben viele Autoren sein Verhalten untersucht. Einige von ihnen sind *Sommer* (1989), *Sommer/ Katzenbach* (1990), *Thaher* (1991), *Sommer/ Tamaro/ DeBenedittis* (1991), *EL-Mossallamy* (1996), *Katzenbach/ Arslan/ Moormann* (2000), *Reul/ Randolph* (2003) und *Chow/ Small* (2005).

Bild 3-11 zeigt eine Abbildung des *Messturmes* mit der Pfahlplatte nach *Chow/ Small* (2005). Das Gebäude hat einen Keller mit zwei Untergeschossen und 60 Stockwerke mit einer geschätzten Gesamtlast von 1880 [MN]. Das Fundament ist eine quadratische Kombinierte Pfahl-Plattengründung (KPP) mit 58.8 [m] Kantenlänge, die auf Frankfurter Ton in einer Tiefe von 14 [m] unter Gelände gegründet ist. Die Plattendicke variiert von 6 [m] an der Mitte bis zu 3 [m] am Rand. Es sind insgesamt 64 Bohrpfähle mit gleichen Durchmessern von 1.3 [m] unter der Platte in 3 Ringen angeordnet. Die Pfahllängen variieren von 26.9 [m] bei den 28 Pfählen im äußeren Ring bis 30.9 [m] Länge bei den 20 Pfählen im mittleren Ring und bis 34.9 [m] Länge bei den 16 Pfählen im inneren Ring. Der Untergrund am Standort des Gebäudes besteht aus Kiesen und Sanden bis in 8 [m] unter Gelände. Darunter liegen Schichten des Frankfurter Tons, der sich über große Tiefe von mehr als 100 [m] unter Gelände erweitert. Die Grundwassertiefe liegt bei 4.75 [m] unter Gelände.

Der Bau des *Messturmes* begann im Jahr 1988 und wurde fertig im Jahr 1991. Im März 1990 betrug die gemessene Setzung in der Mitte der Platte 8.5 [cm]. Entsprechend *Katzenbach/ Arslan/ Moormann* (2000) war die zuletzt notierte Setzung im Dezember 1998 14.4 [cm] nach *Reul/ Randolph* (2003). Würde der *Messturm* nur auf einer Platte stehen, wäre die zu erwartende Setzung zwischen 35 [cm] und 40 [cm], basierend auf einer geotechnischen Untersuchung nach *Sommer* (1989). Deshalb wurde eine kombinierte Pfahl-Plattengründung geplant, um die Setzung zu reduzieren. Damit war die erwartete Endsetzung in diesem Fall zwischen 15 [cm] und 20 [cm] nach *Sommer/ Katzenbach* (1990). Mit Verwendung der verfügbaren Daten und Ergebnisse des *Messturmes*, die in Details in der vorliegenden Literatur diskutiert werden, wird die gegenwärtige Berechnung von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen (KPP) untersucht und überprüft. Die starre Berechnung der Kombinierten Pfahl-Plattengründung (KPP) wird als eine einfache Methode betrachtet, um die Ergebnisse von komplizierten Modellen zu überprüfen. Damit behandelt man die Kombinierte Pfahl-Plattengründung (KPP) in dieser Untersuchung als ein starres Fundament.

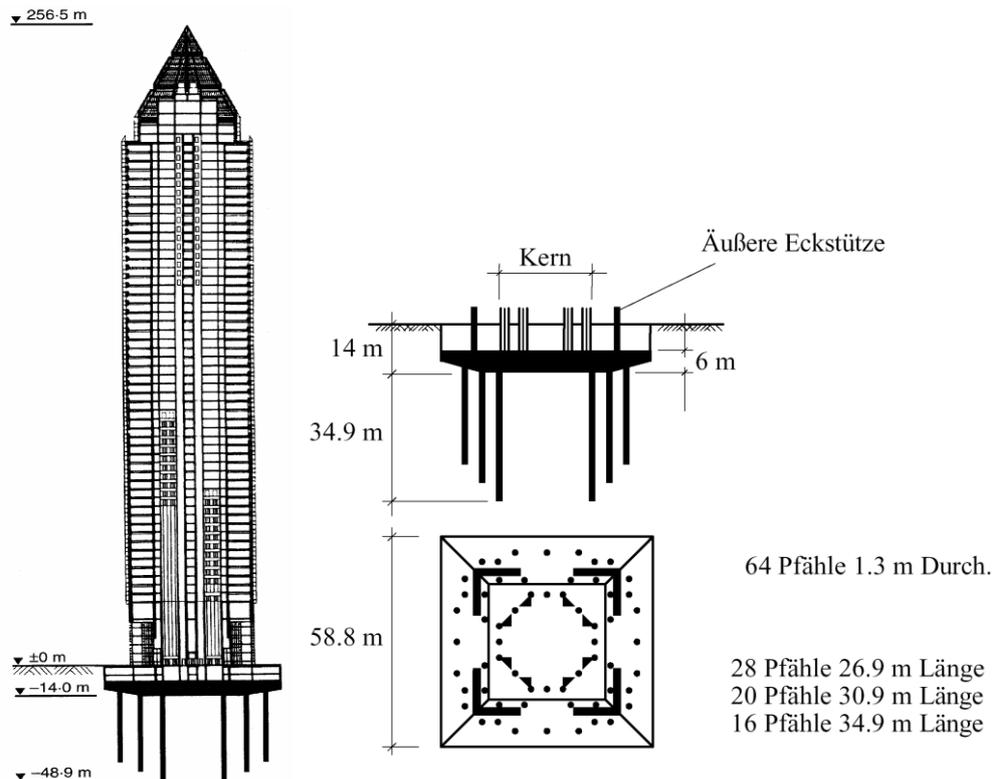


Bild 3-11 Abbildung des Messeturmes mit der Pfahlplatte nach Chow/ Small (2005)

3.3.2 Berechnung der Pfahlplatte

Eine Reihe von Vergleichen wird durchgeführt, um die nichtlineare Berechnung der Kombinierten Pfahl-Plattengründung (KPP) mit Hilfe der Last-Setzungs-Beziehung nach DIN 4014 [6] abzuschätzen. Dann werden die Ergebnisse der anderen analytischen Lösungen und Messungen verglichen mit denen der beiliegenden Berechnung. In den Vergleichen wird die gegenwärtige Berechnung als NPRD bezeichnet.

Wegen der Symmetrie um die x - und y -Achse in Form, Größe, Lasten und Baugrund genügt es, nur ein Viertel der Kombinierten Pfahl-Plattengründung (KPP) zu berechnen. Die Platte wird in Elemente unterteilt, wie im Bild 3-12 gezeigt. Elementgrößen in x - und y -Richtung der Viertel der Platte sind:

$$2 * 2.2 + 2.69 + 2 * 1.74 + 0.89 + 3 * 2.35 + 2.06 + 2.65 + 1.76 + 2 * 2.2 = 29.4 \text{ [m]}$$

Ebenso werden die Pfähle in Elemente mit 2.0 [m] Maximallänge unterteilt.

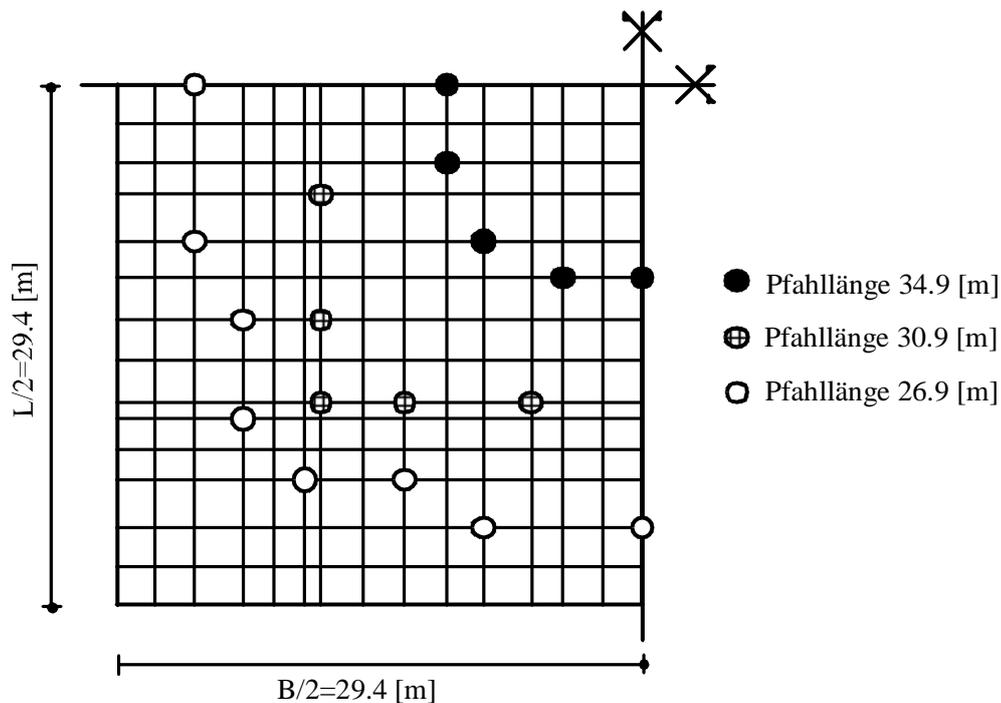


Bild 3-12 Netz der Pfahlplatte des *Messeturmes* mit Pfählen (Max. Elementlänge = 2.0 [m])

a) Vergleich mit der *Randolphs*chen Berechnung

Um NPRD für die Kombinierte Pfahl-Plattengründung (KPP) des *Messeturmes* zu überprüfen, werden die Ergebnisse mit den *Randolphs*chen Berechnungen verglichen, die von *EL-Mossallamy* (1996) durchgeführt wurden. Die Platte wird als starr angenommen, die auf starren Pfählen mit einer mittleren Länge von 30.15 [m] steht. Eine Bodenschicht von $H = 90$ [m] Mächtigkeit mit konstantem elastischen Modul ist berücksichtigt. Zwei Fälle der Berechnungen werden mit zwei verschiedenen Bodenparametern durchgeführt, wie in der Tabelle 3-1 gezeigt. Für NPRD wird die Last-Setzungs-Beziehung mit der Benutzung einer mittleren undrained Kohäsion von $c_u = 300$ [kN/m²] in beiden Fällen berechnet. Der Grundwasserdruck auf der Platte infolge des Grundwassers wird mit $P_w = 275$ [kN/m²] angenommen. Damit wird die angewandte Gesamteffektivlast auf der Platte einschließlich Eigengewicht von Platte und Pfählen mit $N = 1600$ [MN] festgelegt.

In Tabelle 3-2 sind die Ergebnisse der unmittelbaren Setzungen und Gesamtsetzungen für die *Randolphs*che Berechnung (1994) und NPRD zusammengefasst, während die Tabelle 3-3 die Ergebnisse der Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung für beide Berechnungen enthält. Obwohl die Prinzipien beider Berechnungen unterschiedlich sind, zeigen die Ergebnisse eine gute Übereinstimmung in der Setzung und ein Unterschied im Tragwirkungskoeffizient der Pfahl-Plattengründung liegt zwischen 3.4 [%] und 7.7 [%].

Tabelle 3-1 Verwendete Eigenschaften des Bodens (*Randolphs*che Berechnung und NRRD)

Fall Nr.	Undränirierte Bedingungen		Dränirierte Bedingungen	
	E_s [MN/m ²]	ν_s [-]	E'_s [MN/m ²]	ν'_s [-]
Fall 1	70.4	0.5	62.4	0.33
Fall 2	91.4	0.5	81.0	0.33

Tabelle 3-2 Setzungen s [cm] (*Randolphs*che Berechnung gegen NPRD)

Fall Nr.	Unmittelbare Setzung		Gesamte Setzung	
	<i>Randolphs</i> che Berechnung	NPRD	<i>Randolphs</i> che Berechnung	NPRD
Fall 1	13.0	12.9	17.1	18.1
Fall 2	10.0	10.1	13.7	14.0

Tabelle 3-3 Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung α_{kpp} [%] (*Randolphs*che Berechnung gegen NPRD)

Fall Nr.	Unmittelbare Setzung		Gesamte Setzung	
	<i>Randolphs</i> che Berechnung	NPRD	<i>Randolphs</i> che Berechnung	NPRD
Fall 1	35.2	31.8	44	39
Fall 2	35.2	27.5	44	38

b) Vergleich mit der *Thahers*chen Berechnung

Um die Kombinierte Pfahl-Plattengründung (KPP) zu berechnen, hat *Thaher* (1991) ein analytisches Modell mit Hilfe eines äquivalenten Plattenverfahrens gezeigt, das von den Ergebnissen eines Zentrifugenmodells überprüft wurde. Er hat sein Modell zur Kombinierten Pfahl-Plattengründung (KPP) des *Messeturmes* angewendet, um die starre Setzung abzuschätzen.

3.3.3 Bodenkennwerte

Die verwendeten Eigenschaften des Tons bei der *Thaherschen* Berechnung können wie folgt beschrieben werden:

Steifemodul

Auf Grundlage von früherer Berechnung nach *Amann et al.* (1975) wurde gezeigt, dass die Verteilung des Steifemoduls für Erstbelastung des Frankfurter Tons in der Tiefe durch die folgende empirische Formel definiert wird:

$$E_s = E_{so} (1 + 0.35 z) \quad (3.66)$$

während für die Wiederbelastung gilt:

$$W_s = 70 \text{ [MN/m}^2\text{]} \quad (3.67)$$

wobei:

E_s Steifemodul für Erstbelastung [MN/m²]

E_{so} Anfangssteifemodul, $E_{so} = 7$ [MN/m²]

z Tiefe ab Oberkante Ton [m]

W_s Steifemodul für Wiederbelastung [MN/m²]

Undränirierte Kohäsion

Die undränirierte Kohäsion c_u des Frankfurter Tons steigt in der Tiefe von $c_u = 100$ [kN/m²] bis $c_u = 400$ [kN/m²] in 70 [m] Tiefe ab Oberkante Ton nach *Sommer/ Katzenbach* (1990). Um die NPRD durchzuführen, wird eine mittlere undränirierte Kohäsion von $c_u = 300$ [kN/m²] berücksichtigt.

Poissonzahl

Die *Poissonzahl* des Frankfurter Tons wird mit $\nu_s = 0.25$ [-] angesetzt.

Der Baugrund setzt sich entsprechend Bild 3-13 aus 10 Schichten zusammen, welche hauptsächlich aus Frankfurter Ton bestehen. Die gesamte Tiefe beträgt 102.83 [m] unter Gelände.

3 Empirische und Numerische Berechnung von Pfahlgruppen und KPP

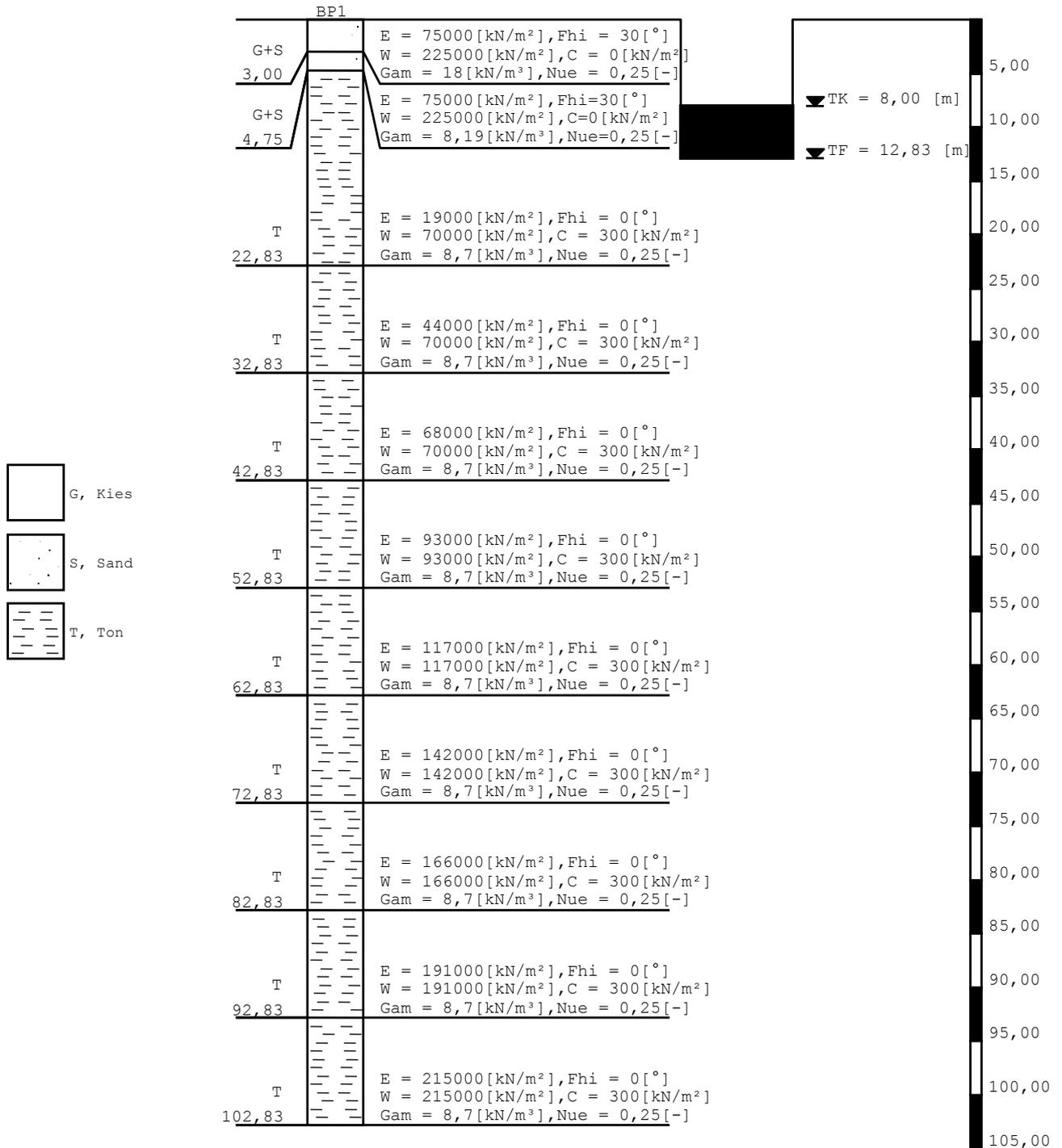


Bild 3-13 Darstellung des Bohrprofils

Tabelle 3-4 zeigt die Ergebnisse der Setzung, Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung und Spitzendruck nach *Thaher* (1991) und NPRD. Die Tabelle zeigt, dass die Setzung und Tragwirkungskoeffizienten der KPP für die beiden Berechnungen fast gleich sind. Es gibt nur eine Differenz von $0.6 \text{ [MN/m}^2\text{]}$ für den maximalen Spitzendruck.

In der Tabelle 3-5 werden die Lasten auf jedem Pfahl in den inneren, mittleren und äußeren Ringen gezeigt, die sowohl bei NPRD als auch bei dem Zentrifugenmodell von *Thaher* (1991) erhalten werden. Die Tabelle schließt auch die gemessenen Gesamtpfahllasten nach der Fertigstellung des strukturellen Rahmens ein, die nach *Sommer/ Tamaro/ De Benedittis* (1991) gezeigt werden. Die Tabelle zeigt, dass die Ergebnisse gut übereinstimmen.

Weiterhin zeigt Tabelle 3-5, dass die Pfähle die Lasten zum Boden hauptsächlich durch Mantelreibung übertragen, wie zu den Messungen von *Katzenbach/ Arslan/ Moormann* (2000) bemerkt wird. Die Messungen zeigen an, dass die Lastverteilung innerhalb der Pfahlgruppe ziemlich homogen ist. Dieses Verhalten wird auch in NPRD nicht nur für die Pfahllast, sondern auch für die Pfahlsetzung bemerkt.

Wie in der Tabelle 3-6 gezeigt, kann NPRD die einzelne Setzung im Pfahl infolge der Pfahllast selbst oder infolge Pfahl-Pfahl- und Pfahl-Platten-Interaktion bestimmt werden. Tabelle 3-6 zeigt, dass die meisten Setzungen aufgrund der Eigensetzung des Pfahles verglichen mit der Setzung infolge Pfahl-Pfahl- und Pfahl-Platten-Interaktion für Erstbelastung oder Wiederbelastung anders sind. Die Eigensetzung des Pfahles liegt zwischen 52 [%] und 55 [%] der Gesamtsetzung im Pfahl.

Tabelle 3-4 Vergleich zwischen den Ergebnissen der *Thaherschen* Berechnung und NPRD

Berechnung	Setzung s_r [cm]	Tragwirkungs- koeffizienten α_{kpp} [%]	Min. Spitzendruck [MN/m ²]	Max. Spitzendruck [MN/m ²]
<i>Thahersche</i> Berechnung	19.00	40.00	1	1.5
NPRD	18.77	40.44	1	2.1

Tabelle 3-5 Pfahllast für NPRD, Zentrifugen-Modell and gemessene Ergebnisse

Pfahlring	NPRD			Gesamt- pfahllast aus Zentrifugen- Modell [MN]	gemessene Gesamt- pfahllast [MN]
	Spitzenkraft [MN]	Mantelkraft [MN]	Gesamt- Pfahllast [MN]		
innerer Ring	2.71	8.55	11.26	14	11
mittlerer Ring	2.74	7.57	10.31	13	13
äußerer Ring	2.72	6.59	9.31	10	10

Tabelle 3-6 Setzung in den Pfählen

Pfahlring	Eigensetzung s_p [cm]	Setzung infolge der Pfahl-Pfahl- und Pfahl-Platten-Interaktion		Gesamt- setzung s_r [cm]	Eigen/Gesamt s_p/s_r [%]
		Erstbelastung s_e [cm]	Wieder- belastung s_w [cm]		
innerer Ring	9.75	4.97	4.05	18.77	52
mittlerer Ring	10.29	4.78	3.70	18.77	55
äußerer Ring	9.86	5.10	3.81	18.77	53

Bemerkungen

Die Maximaldifferenz zwischen der Setzung im Schritt i und der Setzung im nächsten Schritt $i + 1$ wird als eine Genauigkeitszahl betrachtet. In dieser Falluntersuchung wurde die Genauigkeitszahl mit 0.0001 [cm] gewählt.

Für eine einzelne Durchführung der Berechnung wurden die Ergebnisse in relativ kurzer Zeit erhalten. Die Rechenzeit mit einem Pentium 4 PC mit 512 MB RAM zur Berechnung a war 17 Sekunden, während die Berechnung b 1.2 Minuten dauerte. Dies bezieht sich auf die folgenden Parameter:

- Flexibilitätskoeffizienten infolge der Pfahl-Pfahl-Interaktion werden nur für zwei Kräfte bestimmt: Mantel- und Spitzenkräfte
- Da die Setzung infolge der Last auf dem Pfahl selbst nach DIN 4014 [6] bestimmt wird, können die Flexibilitätskoeffizienten mit Hilfe geschlossener Formgleichungen ohne numerische Probleme berechnet werden statt Verwendung der Gleichungen, die bei numerischer Integration ausgewertet werden müssen
- Da die Flexibilitätsmatrix bei jedem Iterationsschritt erstellt wird, ist es nicht nötig, für den Boden eine globale Steifigkeitsmatrix zu bestimmen
- Statt die Flexibilitätskoeffizienten infolge der Pfahl-Pfahl-Interaktion aus Setzungsgleichungen zu bestimmen, werden die Koeffizienten aus der Last-Setzungs-Beziehung nach DIN 4014 [6] bestimmt

Diese Falluntersuchung zeigt, dass NPRD nicht nur ein akzeptables Verfahren ist, um die Kombinierte Pfahl-Plattengründung zu berechnen, sondern auch ein praktisches Verfahren für die Berechnung eines großen Kombinierten Pfahl-Plattengründungsproblems. Daneben gibt NPRD eine gute Übereinstimmung mit vorherigen theoretischen und empirischen nichtlinearen Berechnungen der Kombinierten Pfahl-Plattengründung und braucht weniger Rechenzeit, verglichen mit anderen komplizierten Modellen, die bei der dreidimensionalen finiten Element-Berechnung verwendet werden. Als weiteres vergleichendes Beispiel, um das zu beweisen, ergab eine Berechnung des *Messeturmes* mit Verwendung der dreidimensionalen finiten Element-Berechnung nach *Randolph* (1994) und *Reul/Randolph* (2003) eine Setzung von 17.4 [cm] in der Mitte, während die Setzung mit NPRD 18.77 [cm] ergab.

3.4 Literatur

- [1] *Amann, P./ Breth, H./ Stroh, D.* (1975): Verformungsverhalten des Baugrundes beim Baugrubenaushub und anschließendem Hochhausbau am Beispiel des Frankfurter Ton
Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 15
- [2] *Basile, F.* (1999): Non-Linear analysis of pile groups
Proc. Instn Civ. Engrs Geotech. Engng, 137, 105-115
- [3] *Basile, F.* (2003): Analysis and design of pile groups
Numerical Analysis and Modelling in Geomechanics
Spon press (eds J. W. Bull), London, Chapter 10, pp 278-315
- [4] *Boussinesq, J.* (1885): Applications des Potentiels a l'Etude de l'Equilibre et du Mouvement des Solides Elastiques
Gauthier Villars, Paris
- [5] *Chow, H./ Small J.* (2005): Behaviour of Piled Rafts with Piles of Different Lengths and Diameters under Vertical Loading
GSP 132 Advanced in Deep Foundations, ASCE
- [6] DIN 4014: Bohrpfähle Herstellung, Bemessung und Tragverhalten
Ausgabe März 1990
- [7] *Duncan, J./ Chang, C.* (1970): Non-linear analysis of stress and strain in soils
Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 96, No. SM5, pp. 1121-1124
- [8] ECP 197: Egyptian Code for Soil Mechanics-Design and Construction of Foundations
Part 4, Deep Foundations (in Arabic) 1995
- [9] *El Gendy, M./ Hanisch, J./ Kany, M.* (2006): Empirische nichtlineare Berechnung von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen
Bautechnik 9/06
- [10] *Kany, M./ El Gendy, M./ El Gendy, A.* (2006): Benutzerhandbuch für das Programm ELPLA (eingebunden in das Programmsystem GEOTEC), Zirndorf
- [11] *Katzenbach, R./ Arslan, U./ Moormann, C.* (2000): Piled raft foundation projects in Germany
Chapter 13 in: Design application of raft foundations
Edited by Hemsley, Thomas Telford
- [12] *Mandolini, A./ Viggiani, C.* (1997): Settlement of piled foundations
Géotechnique, 47, No. 4, 791-816
- [13] *Mindlin, R.* (1936): Force at a point in the interior of a semi-infinite-solid
Physics 7, 195-202
- [14] *EL-Mossallamy, Y.* (1996): Ein Berechnungsmodell zum Tragverhalten der Kombinierten Pfahl-Plattengründung
Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt, Darmstadt, D17
- [15] *Poulos, H./ Davis, E.* (1980): Pile Foundation Analysis and Design
John Wiley & Sons, Inc.
- [16] *Randolph, M. F.* (1994): Design methods for pile groups and pile rafts
XXX ICSMFE New Dehli, India. Rotterdam Balkema Vol. 4, S. 61-82
- [17] *Reul, O./ Randolph, M.F.* (2003): Piled rafts in overconsolidated clay: comparison of in situ measurements and numerical analyses
Géotechnique 53, No. 3, 301-315

-
- [18] *Russo, G.* (1998): Numerical analysis of piled raft
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 22, 477-493
- [19] *Sommer, H.* (1989): Entwicklung der Hochhausgründungen in Frankfurt/ Main
Festkolloquium 1989, 20 Jahre Grundbauinstitut, Darmstadt
- [20] *Sommer, H./ Katzenbach, R.* (1990): Last-Verformungsverhalten des Messeturmes
Frankfurt/ Main
Vorträge der Baugrundtagung 1990 in Karlsruhe, Seite 371-380
- [21] *Sommer, H./ Tamaro, G./ DeBenedittis, C.* (1991): Messe Turm, foundation for the tallest
building in Europe
4th International Conference on Piling and Deep Foundations, Italy, 139-145
- [22] *Thaher, M.* (1991): Tragverhalten von Pfahl-Platten-Gründungen im bindigen Baugrund,
Berechnungsmodelle und Zentrifugen-Modellversuche
Dissertation, Institut für Grundbau der Ruhr-Universität, Bochum, Heft 15
- [23] *Viggiani, C.* (1998): Pile groups and pile raft behaviour
Proc. of the 3rd int. Geot. Sem. on Deep Foundations on Bored and Auger Piles
Ghent, Belgien 19.-21- Oct. 1998. Balkema Rotterdam, S. 77-91
- [24] *Witzel, M./ Kempfert, H. G.* (2005): A simple approach to predict the load settlement
behavior of precast driven piles with due consideration of the driving process
GSP 132 Advanced in Deep Foundations, Proceeding of Sessions of the Geo-Frontiers
2005 Congress, Austin, Texas, ASCE
- [25] Richtlinie für den Entwurf, die Bemessung und den Bau
von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen (KPP) - (KPP-Richtlinie)
Hrg. Arbeitskreis "Pfähle" der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V., Juli 2001
- Enthalten in: Kombinierte Pfahl-Plattengründungen
Hrg. *Hanisch, J./ Katzenbach, R./ König, G.* (2002)
Ernst & Sohn

Abschnitt 4

Berechnung von Reibungspfählen in Tonschichten

Berechnung von Reibungspfählen in Tonschichten

Inhalt	Seite
4 Berechnung von Reibungspfählen in Tonschichten	4- 3
4.1 Einleitung	4- 3
4.2 Numerische Modellierung	4- 5
4.2.1 Formulierung der Spannungskoeffizienten	4- 5
4.2.2 Modellierung eines Einzelpfahles	4-13
4.2.3 Modellierung einer Pfahlgruppe und Pfahl-Plattengründung	4-16
4.3 Numerische Ergebnisse	4-19
4.3.1 Testbeispiel: Überprüfung einer Pfahlplatte auf einer tiefen Tonschicht	4-19
4.3.2 Untersuchungsfall 1: Pfahlgruppen des <i>Stonebridge Towers</i> in London	4-21
4.3.3 Untersuchungsfall 2: Pfahlgruppen des <i>Dashwood Houses</i> in London	4-28
4.4 Literatur	4-32

4 Berechnung von Reibungspfählen in Tonschichten

4.1 Einleitung

Setzungen eines Fundaments können entweder mit der Flexibilitätskoeffizienten- oder der Spannungskoeffizienten-Technik berechnet werden. Berechnungen von Fundamenten auf elastischen Bodenschichten können mit der Flexibilitätskoeffizienten-Technik durchgeführt werden, während bei Fundamenten auf konsolidiertem Boden die Spannungskoeffizienten-Technik bevorzugt wird. In diesem Fall wird der Kompressionsbeiwert des Bodens verwendet, um die Konsolidierungseigenschaften des Tons zu definieren. Es ist bekannt, dass der Kompressionsbeiwert C_c , der aus der e -log σ Kurve (e : Porenzahl, σ : Konsolidierungsdruck) des Konsolidationsversuchs erhalten wird, konstant für jeden Spannungsbereich im linearen Teil der Kurve ist, während der Steifemodul E_s (reziproker Wert des Volumenänderungskoeffizienten $E_s = 1/m_v$) je nach dem Spannungsbereich verändert wird (Bild 4-1). Deshalb muss ein variabler Steifemodul erhalten werden, um die wirkliche Konsolidationssetzung für eine dicke Tonschicht auch für homogene Schicht zu berechnen, weil die Belastung aus dem Fundament mit der Tiefe variiert.

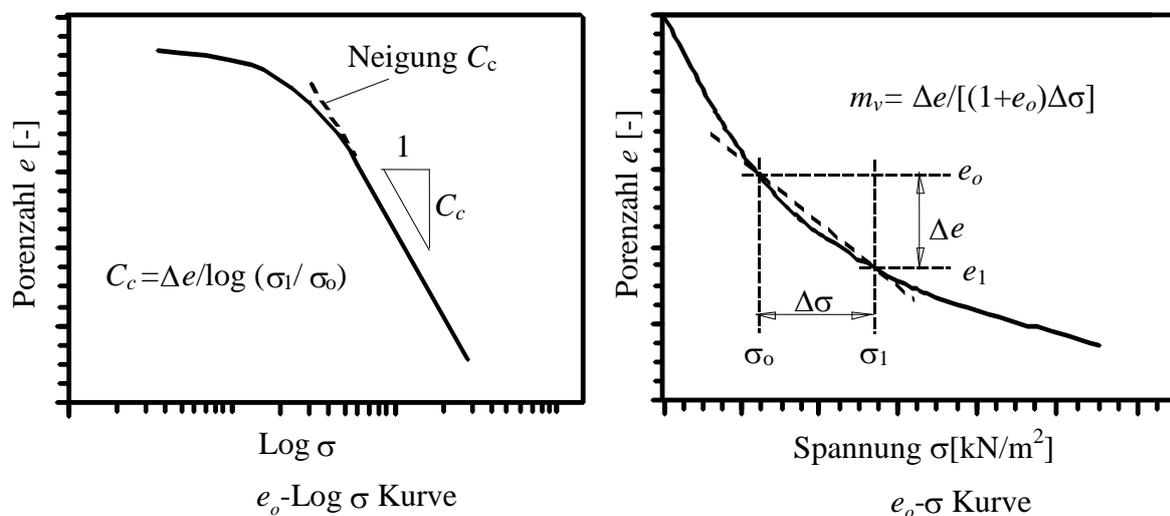


Bild 4-1 Porenzahl- Konsolidierungsdruck-Beziehung

Das Problem bei der Berechnung eines Fundaments auf einer Tonschicht ist die Bestimmung des nichtlinearen Inkrements der Vertikalspannung in der Schicht infolge des unbekanntem Kontaktdrucks an der Boden-Pfahl-Schnittstelle. *Griffiths* (1984) hat Diagramme für mittlere Inkremente der Vertikalspannung unter einer rechteckigen Fläche mit gleichmäßiger Belastung auf der Basis einer numerischen Integration dargestellt. *Masih* (1993) und (1994) hat den Einfluss der Setzung von bindigen Böden auf ein Bauwerk betrachtet. Die Berechnung befasste sich mit elastischen Einzelfundamenten mit dem Ein-Punkt-Verfahren. *El Gendy* (2003) hat eine Berechnung einer starren Kreisplatte auf einer Tonschicht durch die Bestimmung der Spannung in der Mitte der Tiefe des Bodenelements vorgestellt. Das Inkrement der Vertikalspannung wird durch numerische Integration erhalten. *El Gendy* (2006) hat Spannungskoeffizienten für dreieckige belastete Elemente und Punktlast auf der gesamten Tonschicht durch Geschlossene Formeln entwickelt. Diese Koeffizienten können für jede unregelmäßige Form von Fundamenten auf mehreren Tonschichten verwendet werden. Alle diese Berechnungsverfahren können für Einzelfundamente und Platten auf Ton verwendet werden.

Das Problem der Platte auf dem Tonboden mit Berücksichtigung der Boden-Bauwerk-Wechselwirkung ist ein kompliziertes nichtlineares Problem, wie bei *El Gendy* (2006) gezeigt. Es wird komplizierter für die Pfahl-Plattengründung. Der Grund dafür ist das Inkrement der Spannung im Boden, welches von dem unbekanntem Kontaktdruck an der Boden-Pfahl-Platte-Schnittstelle abhängt. Bei starren Pfahlplatten ist die Kontaktdruckverteilung an der Boden-Pfahl-Platte-Schnittstelle auf einer homogenen Bodenschicht von elastischen Eigenschaften des Bodens unabhängig. Dieser Vorteil verringert die Berechnung, wenn der Kontaktdruck aus anderen verfügbaren Lösungen erhalten wird. In diesem Fall wird die Hälfte des Problems gelöst. Folglich ist es möglich, mit dem bekannten Kontaktdruck der anderen Berechnung eine praktische Lösung für Einzelpfahl, Pfahlgruppen und Pfahlplatte auf Tonboden abzuleiten.

El Gendy (2007) hat ein numerisches Verfahren vorgestellt, um die endgültige Konsolidationssetzung von Reibungspfählen im Tonboden mit der Spannungskoeffizienten-Technik zu bestimmen. Er leitete Geschlossene Formeln zur Bestimmung des Inkrements der nicht-linearen Spannung in Tonschichten ab infolge der generierten Kontaktkräfte an der Pfahl-Boden-Schnittstelle. Mit diesen Spannungskoeffizienten kann eine Berechnung für Einzelpfahl, Pfahlgruppen und Pfahlplatten auf Tonboden durchgeführt werden, um die Konsolidationssetzung abzuschätzen. In der Berechnung wird der Kontaktdruck aus der elastischen Lösung des Problems erhalten. Dies ermöglicht es, das nichtlineare Inkrement der Spannung in den Bodenschichten zu bestimmen. Folglich kann die Konsolidationssetzung mit dem Kompressionsbeiwert und der Porenzahl berechnet werden. Die Berechnung wird nur an einem Punkt der Platte durchgeführt, um die Setzung zu erhalten.

In diesem Abschnitt werden die Spannungskoeffizienten nach *El Gendy* (2007) zur Bestimmung der endgültigen Konsolidationssetzung von Reibungspfählen im Tonboden beschrieben. Der Reibungspfahl wird als ein Einzelpfahl oder als ein Teil in Pfahlgruppen oder Pfahlplatten berechnet. Obwohl diese Koeffizienten auf elastischen oder starren Pfahlplatten angewandt werden können, werden nur die starren Pfahlplatten berücksichtigt, um die Überprüfung des Verfahrens zu zeigen. Darüber hinaus werden Pfahlplatten in der Regel für Hochhäuser mit hoher Steifigkeit verwendet. Die Berechnung einer elastischen Pfahlplatte kann ähnlich wie bei Platten auf Tonschichten nach *El Gendy* (2007) erfolgen.

4.2.1.1 Spannungskoeffizient $c_{i,j}(k)$ einer Schicht k im Knotens i infolge einer Kraft auf dem Knoten j

Es ist zweckmäßig bei der Berechnung der Konsolidationssetzung zu bedenken, dass die Spannung nur in vertikaler Richtung auftritt. In diesem Fall wird die *Poissonzahl* des Bodens aus Spannungsgleichungen eliminiert. Spannungskoeffizienten können aus der *Mindlinschen* Gleichung für die Bestimmung der Verschiebung durch Weglassen der *Poissonzahl* aus dieser Gleichung abgeleitet werden. Die Verschiebung im Knoten i infolge einer Eigenlast auf dem Knoten j unter der Oberfläche des halburnendlichen Mediums, Bild 4-3, kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$w(z)_i = \frac{Q_j}{E_s} I_{i,j}(z) \quad (4.1)$$

wobei:

- E_s Elastizitätsmodul des Bodens [kN/m²]
- Q_j Punktlast, wirkend im Punkt j im Bodenmedium [kN]
- $w(z)_i$ Verschiebung im Punkt i in einer Tiefe z unter Gelände [m]
- $I_{i,j}(z)$ Verschiebungsfaktor eines Knotens i in einer Tiefe z unter Gelände infolge einer Eigenlast auf dem Knoten j [1/m]

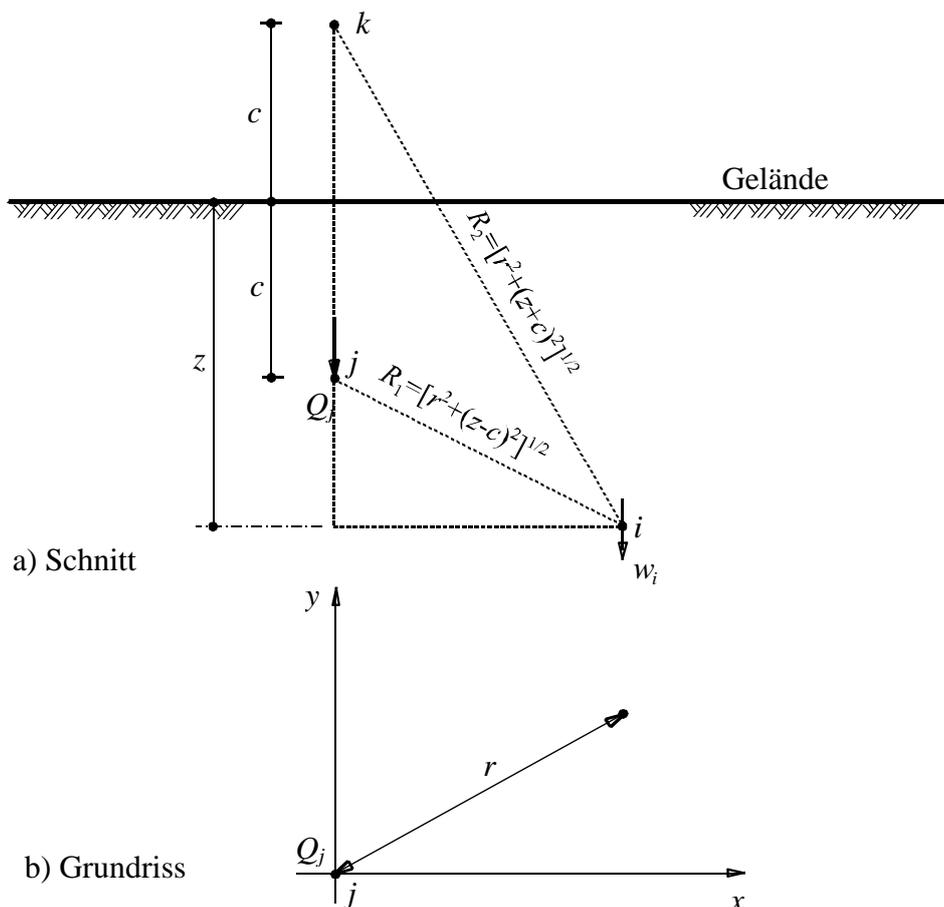


Bild 4-3 Geometrie des *Mindlinschen* Problems

Die Verschiebungsfaktor $I_{i,j}(z)$ beim Weglassen der *Poissonzahl* wird gegeben durch:

$$I_{i,j}(z) = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{3}{\sqrt{r^2 + (z-c)^2}} + \frac{5}{\sqrt{r^2 + (z+c)^2}} + \frac{(z-c)^2}{(r^2 + (z-c)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3(z+c)^2 - 2cz}{(r^2 + (z+c)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{6cz(z+c)^2}{(r^2 + (z+c)^2)^{\frac{5}{2}}} \right) \quad (4.2)$$

wobei:

- c Tiefe der Punktlast Q_j [kN] von der Oberfläche [m]
- z Tiefe des untersuchten Punktes i von der Oberfläche [m]
- r Radialer Abstand zwischen den Punkten i und j [m]

Bei einer endlichen Schicht k (Bild 4-4) kann die Verschiebung in der gesamten Schicht erhalten werden aus:

$$w(k)_i = w(z_1)_i - w(z_2)_i \quad (4.3)$$

wobei:

- $w(k)_i$ Verschiebung in einer Schicht k unter i [m]
- $w(z_1)_i$ Verschiebung im Halbraummedium unter i , in einer Tiefe z_1 unter Gelände [m]
- $w(z_2)_i$ Verschiebung im Halbraummedium unter i , in einer Tiefe z_2 unter Gelände [m]
- z_1 Starttiefe der Bodenschicht k von der Oberfläche [m]
- z_2 Endtiefe der Bodenschicht k von der Oberfläche [m]

Die Verschiebung in einer Bodenschicht k kann ausgedrückt werden durch:

$$w(k)_i = \frac{1}{E_s} \delta\sigma_{i,j}(k) h \quad (4.4)$$

wobei:

- $\delta\sigma_{i,j}(k)$ Spannung in einer Bodenschicht k unter i infolge Eigenlast im Knoten j [kN/m²]
- h Dicke der Bodenschicht k [m]

wobei:

$I_{i,j}(z_1)$ Verschiebungsfaktor infolge einer Eigenlast im Knoten j im Halbraummedium unter i , in einer Tiefe z_1 unter Gelände [$1/m^2$]

$I_{i,j}(z_2)$ Verschiebungsfaktor infolge einer Eigenlast im Knoten j im Halbraummedium unter i , in einer Tiefe z_2 unter Gelände [$1/m^2$]

$c_{i,j}(k)$ Spannungskoeffizient einer Schicht k unter i infolge einer Eigenlast im Knoten j [$1/m^2$]

Der Spannungskoeffizient $c_{i,j}(k)$ wird gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 c_{i,j}(k) = \frac{1}{8\pi h} & \left(\frac{3}{\sqrt{r^2 + (z_1 - c)^2}} + \frac{5}{\sqrt{r^2 + (z_1 + c)^2}} + \frac{(z_1 - c)^2}{(r^2 + (z_1 - c)^2)^{\frac{3}{2}}} \right. \\
 & + \frac{3(z_1 + c)^2 - 2cz_1}{(r^2 + (z_1 + c)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{6cz_1(z_1 + c)^2}{(r^2 + (z_1 + c)^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{3}{\sqrt{r^2 + (z_2 - c)^2}} - \frac{5}{\sqrt{r^2 + (z_2 + c)^2}} \\
 & \left. - \frac{(z_2 - c)^2}{(r^2 + (z_2 - c)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3(z_2 + c)^2 - 2cz_2}{(r^2 + (z_2 + c)^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{6cz_2(z_2 + c)^2}{(r^2 + (z_2 + c)^2)^{\frac{5}{2}}} \right) \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

4.2.1.2 Spannungskoeffizient $f_{i,b}(k)$ einer Schicht k im Knoten i infolge einer Eigenlast auf der Basis b

Ersetzt man den radialen Abstand r in Gl. (4.8) durch den Radius der Basis r_o [m], erhält man den Spannungskoeffizienten $f_{i,b}(k)$ einer Schicht k im Knoten i infolge einer Eigenlast $Q_b = 1$ [kN] auf der Basis.

4.2.1.3 Spannungskoeffizient $f_{b,b}(k)$ einer Schicht k in der Basis b infolge einer Eigenlast auf der Basis selbst

Die Basis b des Pfahles hat eine kreisförmig belastete Fläche des Durchmessers r_o [m] und eine Flächenlast $q = Q_b / \pi r_o^2$ [kN/m²], wie im Bild 4-5 gezeigt. Der Spannungskoeffizient $f_{b,b}(k)$ einer Schicht k an der Basismitte b infolge einer Eigenlast $Q_b = 1$ [kN] auf der Basis selbst kann erhalten werden aus:

$$f_{b,b}(k) = \frac{1}{\pi r_o^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_o} \frac{1}{h} [I_{i,j}(z_1) - I_{i,j}(z_2)] r dr d\theta \quad (4.9)$$

Die Integration des Spannungskoeffizienten kann analytisch wie folgt erhalten werden:

$$\begin{aligned}
 f_{b,b}(k) = \frac{1}{4\pi r_o^2 h} & \left(5 \left[\sqrt{r_o^2 + 4c^2} - 2c \right] + 10c^2 \left[\frac{1}{2c} - \frac{1}{\sqrt{r_o^2 + 4c^2}} \right] - \frac{8c^4}{(r_o^2 + 4c^2)^{\frac{3}{2}}} \right. \\
 & \left. - 5 \left[\sqrt{r_o^2 + 4h^2} - 2h \right] - 10h^2 \left[\frac{1}{2h} - \frac{1}{\sqrt{r_o^2 + 4h^2}} \right] + \frac{8h^4}{(r_o^2 + 4h^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

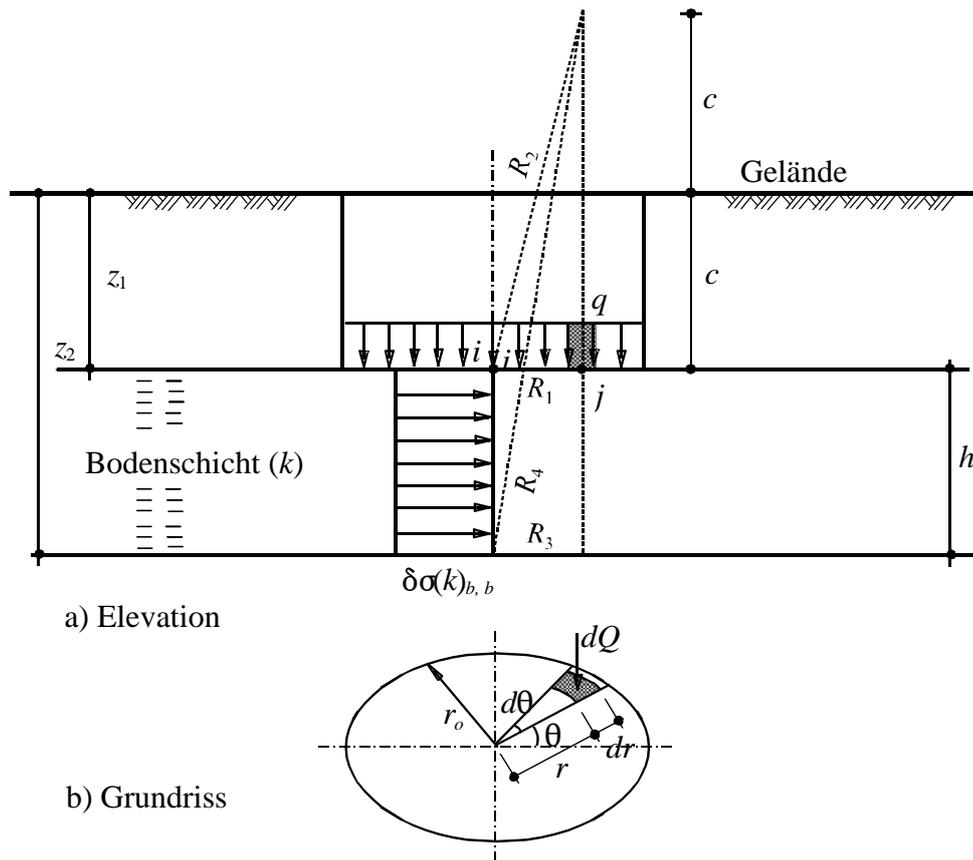


Bild 4-5 Geometrie der Basis zur Bestimmung des Spannungskoeffizienten $\delta(k)_{b,b}$ in der Mitte

4.2.1.4 Flexibilitätskoeffizient $f_{i,j}(k)$ einer Schicht k im Knoten i infolge einer Mantelreibung auf einem Mantelknoten j

Um die erheblichen Berechnungen bei Anwenden der *Mindlinschen* Lösung zur Bestimmung des Spannungskoeffizienten der Mantelreibung zu vermeiden, wird die Mantelreibung τ [kN/m²] durch eine entsprechende Linienlast ersetzt. Das Mantelelement j des Pfahles hat eine Länge l [m] und eine Linienlast $T = Q_j / l$ [kN/m], wie im Bild 4-6 gezeigt. Der Spannungskoeffizient $f_{i,j}(k)$ einer Schicht k im Knoten i infolge einer Punktlast Q_j [kN] am Mantelelement j kann wie folgt erhalten werden:

$$f_{i,j}(k) = \frac{l}{l} \int_{l_1}^{l_2} \frac{1}{h} [I_{i,j}(z_1) - I_{i,j}(z_2)] dc \quad (4.11)$$

Die Integration führt zu:

$$f_{i,j}(k) = \frac{1}{8 \pi l h} (I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5) \quad (4.12)$$

wobei die Begriffe I_1 bis I_5 gegeben werden mit:

$$I_1 = 3 \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_1 - l_2)^2} - (z_1 - l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 - l_1)^2} - (z_1 - l_1)} \right] - 3 \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_2 - l_2)^2} - (z_2 - l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 - l_1)^2} - (z_2 - l_1)} \right] \quad (4.13)$$

$$I_2 = 5 \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_2)^2} + (z_1 + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_1)^2} + (z_1 + l_1)} \right] - 5 \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_2)^2} + (z_2 + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_1)^2} + (z_2 + l_1)} \right] \quad (4.14)$$

$$I_3 = \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_1 - l_2)^2} - (z_1 - l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 - l_1)^2} - (z_1 - l_1)} \right] + \frac{z_1 - l_2}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 - l_2)^2}} - \frac{z_1 - l_1}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 - l_1)^2}} \\ - \ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_2 - l_2)^2} - (z_2 - l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 - l_1)^2} - (z_2 - l_1)} \right] - \frac{z_2 - l_2}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 - l_2)^2}} + \frac{z_2 - l_1}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 - l_1)^2}} \quad (4.15)$$

$$I_4 = 3 \left(\ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_2)^2} + (z_1 + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_1)^2} + (z_1 + l_1)} \right] - \frac{(z_1 + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_2)^2}} + \frac{(z_1 + l_1)}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_1)^2}} \right) \\ - 2 z_1 \left(\frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_2)^2}} + \frac{z_1 (z_1 + l_1)}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_1)^2}} - \frac{z_1 (z_1 + l_2)}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_2)^2}} \right) \\ - 3 \left(\ln \left[\frac{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_2)^2} + (z_2 + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_1)^2} + (z_2 + l_1)} \right] - \frac{(z_2 + l_2)}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_2)^2}} + \frac{(z_2 + l_1)}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_1)^2}} \right) \\ + 2 z_2 \left(\frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_2)^2}} + \frac{z_2 (z_2 + l_1)}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_1)^2}} - \frac{z_2 (z_2 + l_2)}{r_1^2 \sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_2)^2}} \right) \quad (4.16)$$

$$I_5 = \frac{6 z_1 [r_1^4 - z_1 (z_1 + l_2)^3]}{3 r_1^2 [r_1^2 + (z_1 + l_2)^2]^{3/2}} - \frac{6 z_1 [r_1^4 + z_1 (z_1 + l_1)^3]}{3 r_1^2 [r_1^2 + (z_1 + l_1)^2]^{3/2}} - \frac{6 z_1}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_2)^2}} + \frac{6 z_1}{\sqrt{r_1^2 + (z_1 + l_1)^2}} \\ - \frac{6 z_2 [r_1^4 - z_2 (z_2 + l_2)^3]}{3 r_1^2 [r_1^2 + (z_2 + l_2)^2]^{3/2}} + \frac{6 z_2 [r_1^4 + z_2 (z_2 + l_1)^3]}{3 r_1^2 [r_1^2 + (z_2 + l_1)^2]^{3/2}} + \frac{6 z_2}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_2)^2}} - \frac{6 z_2}{\sqrt{r_1^2 + (z_2 + l_1)^2}} \quad (4.17)$$

wobei:

- l_1 Starttiefe der Linienlast T oder Mantelreibung τ von der Oberfläche [m]
- l_2 Endtiefe der Linienlast T oder Mantelreibung τ von der Oberfläche [m]
- l Länge der Linienlast T oder Mantelreibung τ [m]
- r_1 Radialer Abstand zwischen Punkt i und j [m]

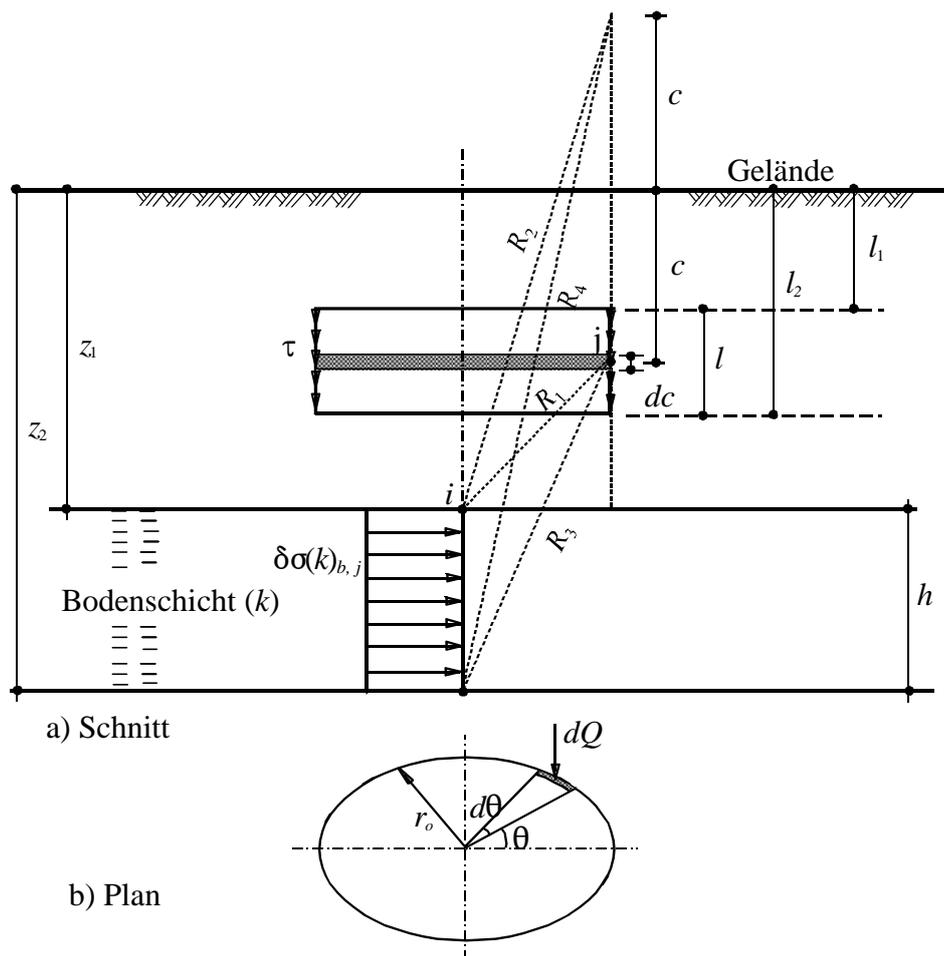


Bild 4-7 Geometrie der zylindrischen belasteten Fläche zur Bestimmung des Spannungskoeffizienten in der Mitte

4.2.2 Modellierung eines Einzelpfahles

4.2.2.1 Inkrement der Vertikalspannung

Eine tief ausgedehnte Tonschicht wird berücksichtigt, um das Halbraumboden-Medium zu simulieren. Die Schicht wird in l Schichten mit gleicher Dicke unterteilt, wie im Bild 4-8 gezeigt. Das Inkrement der Vertikalspannung in einer Bodenschicht k an einem Punkt i wird aus allen Kontaktkräften auf dieser Schicht erhalten.

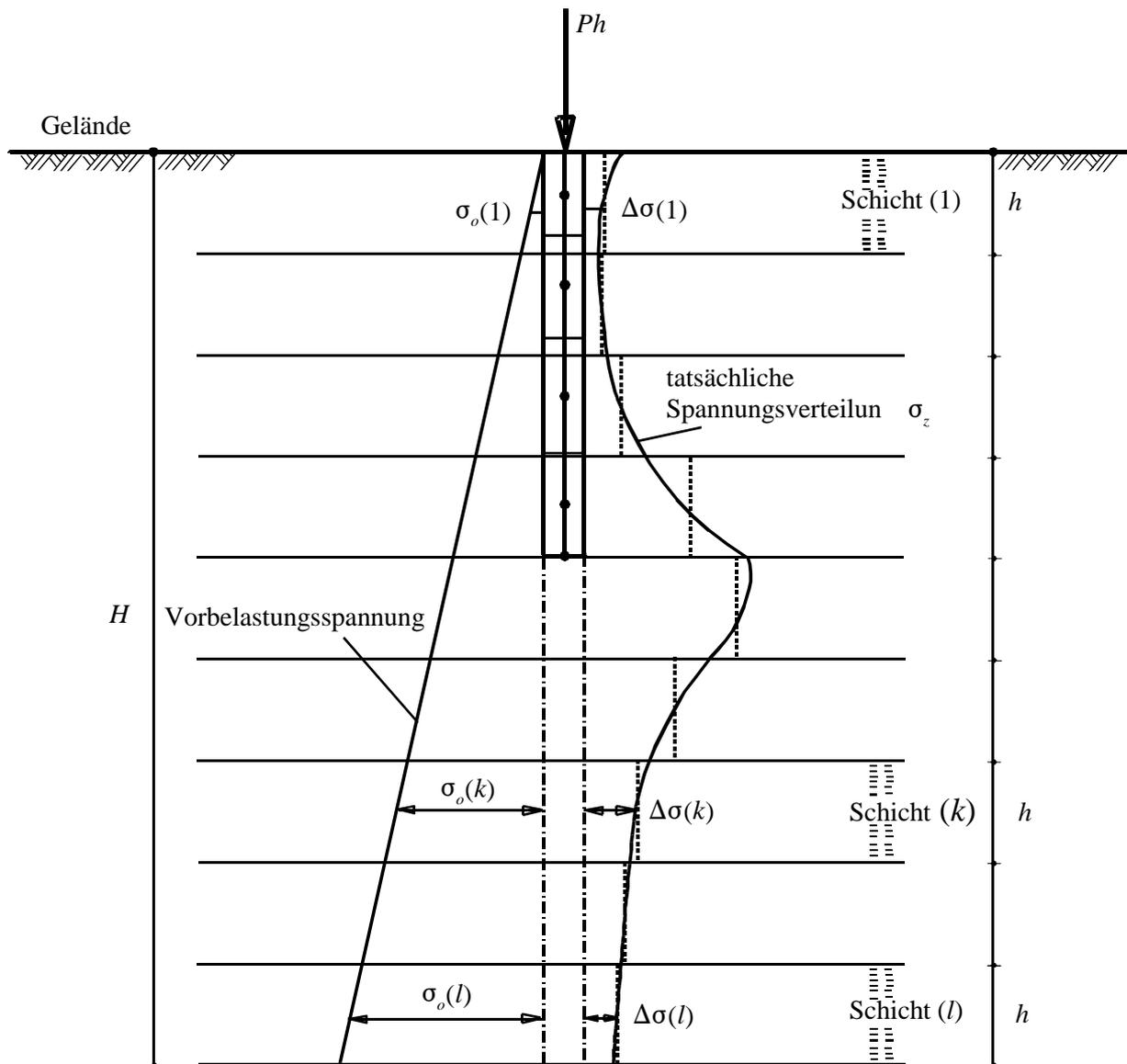


Bild 4-8 Pfahl in einer tief ausgedehnten Tonschicht

Betrachtet man einen Punkt i , der auf der Pfahlachse liegt, ergibt sich das Inkrement der Vertikalspannung in einer Bodenschicht k infolge der Mantelreibungskräfte Qs_j an allen Knoten m und der Spitzenkraft Qb aus der Gleichung:

$$\Delta\sigma(k) = \sum_{j=1}^m f_{i,j}(k) Qs_j + f_{i,b}(k) Qb \quad (4.20)$$

wobei:

- $j-1$ und j Knotennummer des Elements j
- $\Delta\sigma(k)$ Inkrement der Vertikalspannung in einer Bodenschicht k am Pfahl i [kN/m²]
- Qs_j Mantelreibungskraft am Knoten j [kN]
- Qb Spitzenkraft an der Basis b [kN]

4.2.2.2 Konsolidationssetzung

Mit den Toneigenschaften C_c und e_o wird die Konsolidationssetzung infolge aller Kontaktkräfte auf einem Pfahl gegeben durch:

$$S_c = \frac{C_c h}{1 + e_o} \sum_{k=1}^l \log \left(\frac{\sigma_o(k) + \Delta\sigma(k)}{\sigma_o(k)} \right) \quad (4.21)$$

wobei:

- S_c Konsolidationssetzung des Pfahles i [m]
- C_c Kompressionsbeiwert [-]
- e_o Porenzahl [-]
- $\sigma_o(k)$ Vorbelastung in einer Schicht k [kN/m²]
- l Anzahl der Tonschichten

4.2.2.3 Sohldruck entlang des Pfahles

Aufgrund der natürlichen Geometrie des Pfahles, wobei die Länge viel größer als der Durchmesser ist, kann der Pfahl in vertikaler Richtung als ein starrer Körper betrachtet werden. In Starrkörperbewegung bewegen sich die Punkte auf dem starren Körper nach unten mit einer konstanten Verschiebung. Viele Autoren haben das Problem der Kontaktdruckverteilung gelöst, die eine konstante Verschiebung im Halbraummedium für alle Punkte an einem starren Pfahl ergibt. Einige von ihnen sind *Poulos/ Davis* (1968) und *Butterfield/ Banerjee* (1971). Es zeigte sich, dass die Kontaktdruckverteilung von den elastischen Konstanten des Halbraummediums unabhängig ist. *El Gendy* (2003) hat gezeigt, dass die Kontaktdruckverteilung unter einer starren Platte auf einer endlichen Tonschicht von den Bodeneigenschaften unabhängig ist. Dieses Erkenntnis wird verwendet, um die Konsolidationssetzung auf einer erweiterten Tonschicht zu bestimmen. Da die Spannung zu einer konstanten elastischen Verschiebung im Halbraummedium führt, muss auch eine konstante Konsolidationssetzung in einer tief ausgedehnten Tonschicht dazu führen. Deshalb gilt die Formel zum Bestimmen der Kontaktdruckverteilung entlang eines starren Pfahles auf elastischem Medium auch für einen starren Pfahl auf dem Konsolidationsmedium mit den Bodeneigenschaften C_c und e_o . Folglich wird der Kontaktdruck für das Problem bekannt. In diesem Fall werden die Unbekannten des Problems erheblich reduziert auf die gleichmäßige Konsolidationssetzung. Eine verfügbare Formel wird von *El Gendy* (2007) vorgestellt, um den Kontaktdruck auf einen starren Pfahl zu bestimmen. Der Kontaktdruck an einem Pfahl mit n Knoten, Bild 4-2, wird gegeben durch:

$$Q_i = \frac{Ph \sum_{j=1}^n k_{i,j}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{i,j}} \quad (4.22)$$

wobei:

- Q_i Kontaktkraft auf dem Knoten i [kN]
- Ph Last auf dem Pfahlkopf [kN]
- $k_{i,j}$ Steifigkeitsmatrixkoeffizient

Die Steifigkeitsmatrixkoeffizienten in Gl. (4.22) hängen nur von der Geometrie der Pfahlelemente und Bodenschichten ab. Um diese Koeffizienten zu erhalten, wird zunächst die Flexibilitätsmatrix des Bodens generiert durch Weglassen der elastischen Eigenschaften des Bodens in den Flexibilitätsgleichungen und Ersetzen des Elastizitätsmoduls mit 1.0 und der *Poissonzahl* mit 0.0. Durch Invertieren der Flexibilitätsmatrix wird die Steifigkeitsmatrix des Bodens erhalten, die die erforderlichen Koeffizienten enthält.

4.2.3 Modellierung einer Pfahlgruppe und Pfahl-Plattengründung

Nur die Berechnung einer Pfahl-Plattengründung wird vorgestellt. Eine Pfahlgruppe ist ein besonderer Fall einer Pfahl-Plattengründung, aber ohne Kontakt zwischen der Platte und dem Boden. Sie kann in der gleichen Weise wie die Pfahl-Plattengründung berechnet werden. Dargestellt ist die Pfahl-Plattengründung mit einer zentrischen Last im Bild 4-9, wobei die Setzung in diesem Fall durch starre Körperverschiebung S_c in der Mitte der Platte (x_c, y_c) definiert wird.

4.2.3.1 Inkrement der Vertikalspannung

Gleichung (4.20) für das Inkrement der Vertikalspannung in einer Schicht k unter der Plattenmitte (x_c, y_c) der Pfahl-Plattengründung wird in allgemeiner Form geschrieben:

$$\Delta\sigma_c(k) = \sum_{j=1}^n I_{i,j}(k) Q_j \quad (4.23)$$

wobei:

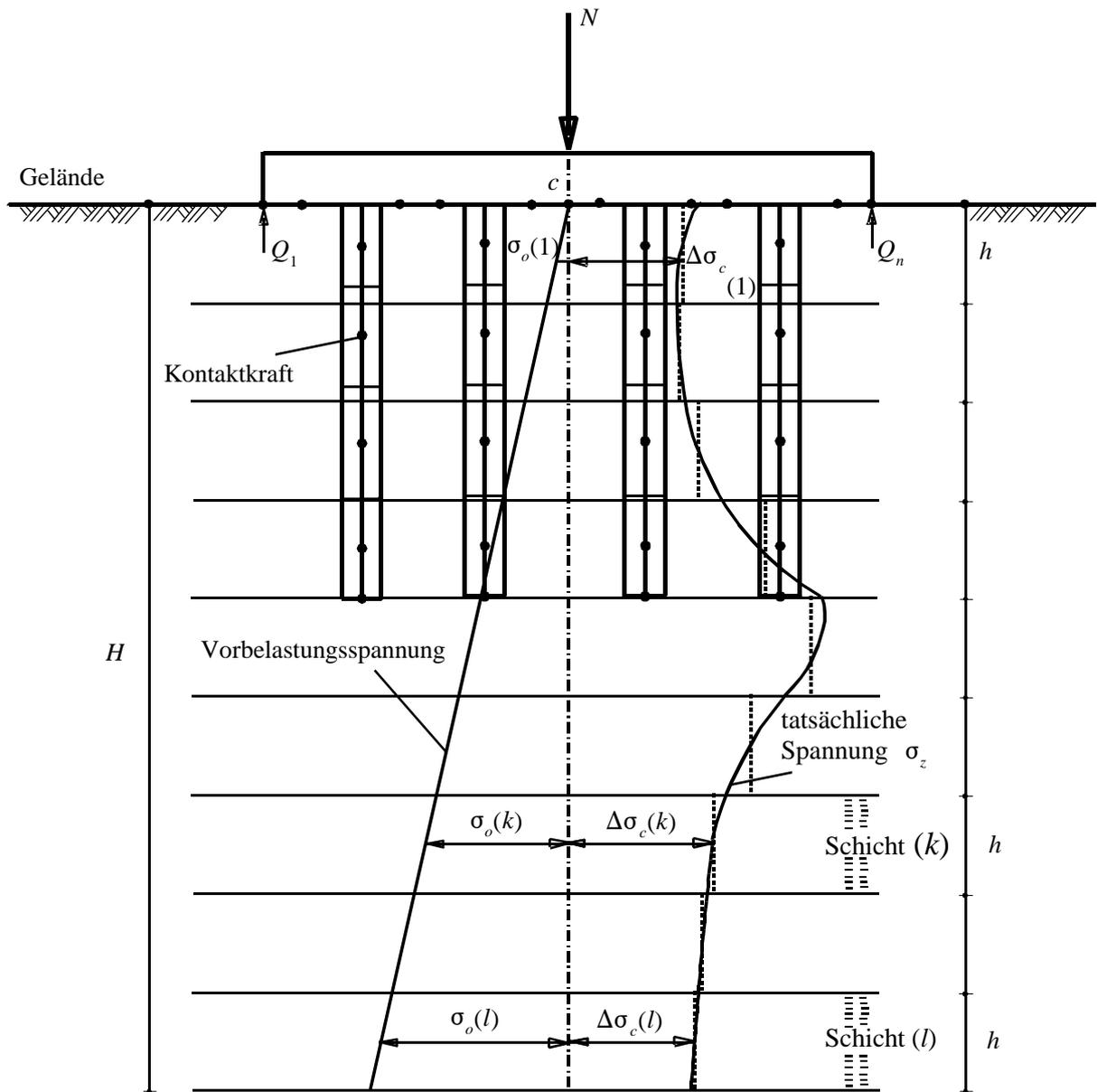
$\Delta\sigma_c(k)$ Inkrement der Vertikalspannung in einer Schicht k unter der Plattenmitte [kN/m²]

Q_j Kontaktkraft im Knoten j [kN]

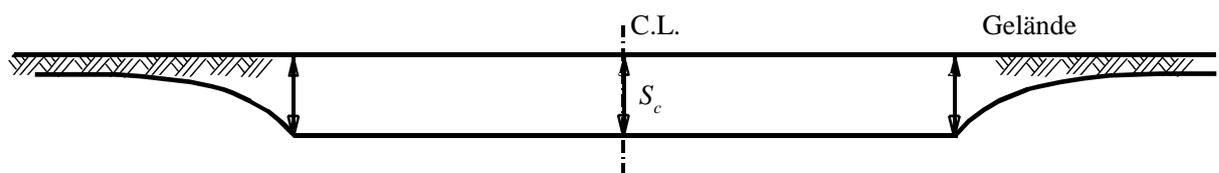
n Anzahl der Kontaktknoten auf der Pfahlplatte

$I_{i,j}(k)$ Spannungskoeffizient einer Schicht k unter einem Knoten i auf der Platte infolge einer Einheitslast auf dem Knoten j [1/m²]

Für die Pfahl-Pfahl-Interaktion oder Pfahl-Platte-Interaktion werden die Spannungskoeffizienten $I_{i,j}(k)$ aus Gl. (4.8) bis Gl. (4.19) bestimmt, während die für die Platte-Platte-Interaktion oder Platte-Pfahl-Interaktion nach *El Gendy* (2006) bestimmt werden.



a) Pfahlplatte auf einer tiefen verlängern Tonschicht



b) Bodensetzung

Bild 4-9 Modellierung einer Pfahl-Plattengründung

4.2.3.2 Konsolidationssetzung

Die Konsolidationssetzung infolge aller Kontaktkräfte auf der Pfahlplatte unter der Plattenmitte wird gegeben durch:

$$S_c = \frac{C_c h}{1 + e_o} \sum_{k=1}^l \log \left(\frac{\sigma_o(k) + \Delta\sigma_c(k)}{\sigma_o(k)} \right) \quad (4.24)$$

4.2.3.3 Sohldruck auf dem Knoten der Pfahlplatte

Ähnlich wie bei Gl. (4.22) wird die Kontaktkraft auf einen Knoten i der Pfahlplatte gegeben durch:

$$Q_i = \frac{N \sum_{j=1}^n k_{i,j}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{i,j}} \quad (4.25)$$

Dabei ist N [kN] die Resultierende der angewandten Belastungen auf der Platte.

4.3.1.2 Berechnung der Platte

Die Platte wird in 100 quadratische Elemente unterteilt mit je 1.0 [m] Seitenlänge, während der Pfahl in 5 Linienelemente unterteilt wird von je 2.0 [m] Länge. Die Kontaktdruckverteilung an den Pfählen und unter der Platte wird mit der Annahme einer semi-infiniten Bodenschicht mit der elastischen Berechnung erhalten. Bei der Berechnung der Konsolidationssetzung wird die Tonschicht als semi-infinite Bodenschicht berücksichtigt, wenn der Ton eine Dicke von $z = 100$ [m] hat. Die Tonschicht ist in mehrere Schichten von je 20.0 [m] Dicke unterteilt. Die Definition der starren Körperbewegung kann benutzt werden, um die Berechnung zu überprüfen. Bei einem starren Körper mit einer vertikalen zentrischen Belastung bewegt sich der Körper nach unten mit einer gleichmäßigen Verschiebung. Daher muss die Konsolidationssetzung einer Pfahlgruppe und einer Pfahlplatte gleichmäßig in allen Punkten auf der Platte sein. Bei der Plattenberechnung als starrer Körper ist die Berechnung der Konsolidationssetzung am Plattenschwerpunkt ausreichend. Um die Linearität der Konsolidationssetzung zu überprüfen, werden die Setzungen für alle Punkte auf der Platte bestimmt.

4.3.1.3 Ergebnisse und Diskussion

Konsolidationssetzungen der Schnitte a bis c (Bild 4-10) für die Pfahlgruppe sind im Bild 4-11 gezeigt, während die für die Pfahlplatte im Bild 4-12 gezeigt werden. Obwohl die Konsolidationssetzung unter allen Punkten auf der Platte bestimmt wird, ist die Konsolidationssetzung linear unter der Platte verteilt mit maximal 4 [%] Unterschied bei einer Pfahlgruppe und 3 [%] bei einer Pfahlplatte in Bezug auf die passenden Kurven. Der Tragwirkungskoeffizient der Pfahl-Plattengründung ergibt sich mit $\alpha_{kpp} = 90$ [%], weil die Pfähle in engen Abständen angeordnet sind. Folglich ist der Unterschied der Konsolidationssetzungen in beiden Berechnungen gering.

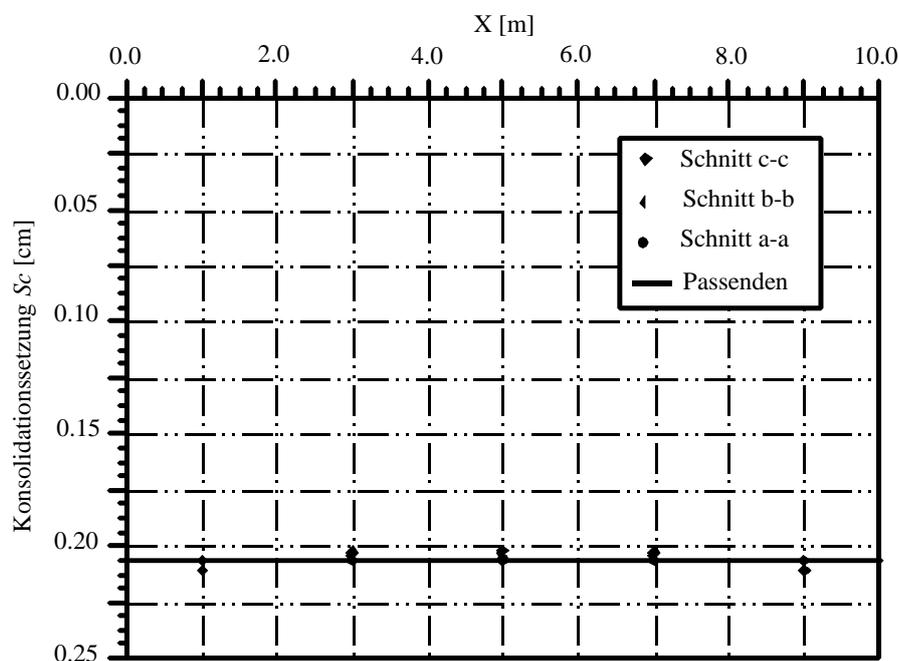


Bild 4-11 Konsolidationssetzung an den Schnitten a bis c für Pfahlgruppen

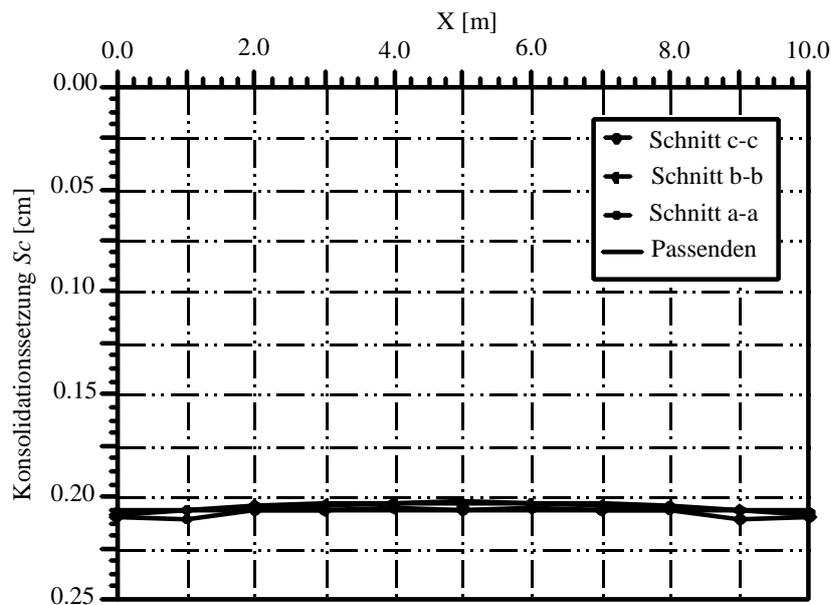


Bild 4-12 Konsolidationssetzung in den Schnitten a bis c für die Pfahlplatte

4.3.2 Untersuchungsfall 1: Pfahlgruppen des *Stonebridge Towers* in London

4.3.2.1 Beschreiben des Problems

Die Berechnung und Messungen von Pfahlgruppen des *Stonebridge Towers*, die bei *Hemsley* (2000) diskutiert und bei *Cooke et al.* (1981) beschrieben sind, werden berücksichtigt, um die Genauigkeit der Berechnungsverfahren im Programm *ELPLA* zu überprüfen. *Stonebridge Tower* ist ein Hochhaus mit 16 Stockwerken und liegt am Stonebridge Park im Norden Londons in England. Das Gebäude wurde zwischen den Jahren 1973 und 1975 auf einer mächtigen tonigen Schicht, die sich bis zur Geländeoberfläche erstreckt, gebaut. Es gibt keine Untergeschosse. Die Platte befindet sich somit unmittelbar an der Geländeoberfläche. Das Hochhaus ist 43 [m] hoch. Als Gründungsplatte wurde eine rechteckige Platte mit den Abmessungen 43.3 [m] und 19.2 [m] und einer Dicke von 0.9 [m] angesetzt. Unter der Platte befinden sich insgesamt 351 Bohrpfähle. Die Pfähle haben eine Länge von $l = 13$ [m] und einen Durchmesser von $D = 0.45$ [m]. Sie sind in einem Raster von 1.6 [m] und 1.5 [m] angeordnet (Bild 4-13). Die geschätzte gesamte Last auf der Platte ergibt eine gleichmäßige Flächenlast von 187 [kN/m²].

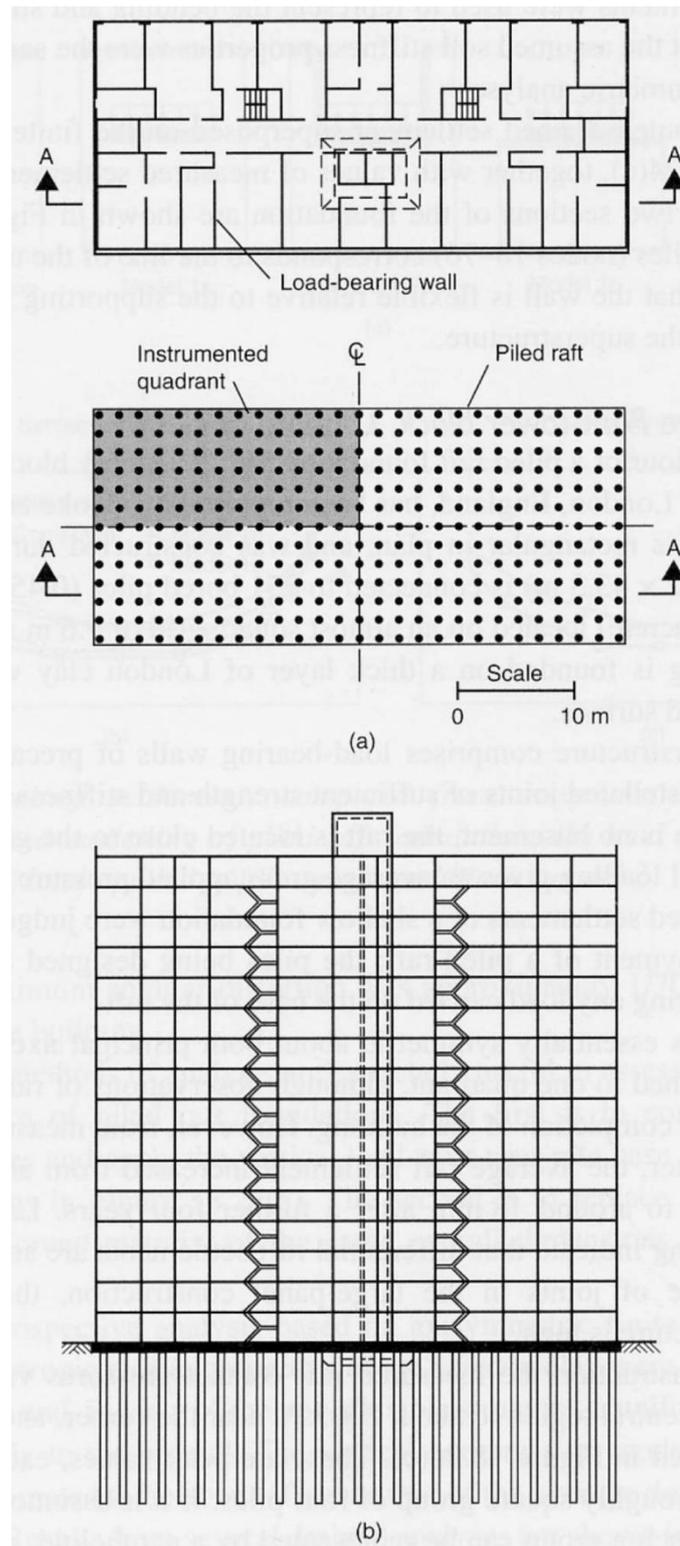


Bild 4-13 *Stonebridge Tower* nach *Hemsley* (2000)
a) Grundriss der Platte mit Wänden und Pfahlgruppen
b) Schnitt A-A

4.3.2.2 FE-Netz

Die Platte mit den Abmessungen 43.3 [m] * 19.2 [m] ist zu berechnen. Sie wird in Elemente mit einer Maximallänge von 1.6 [m] in x -Richtung und von 1.5 [m] in y -Richtung unterteilt, wie im Bild 4-14 dargestellt. Ebenso werden die Pfähle in Linienelemente mit 3.25 [m] Länge unterteilt.

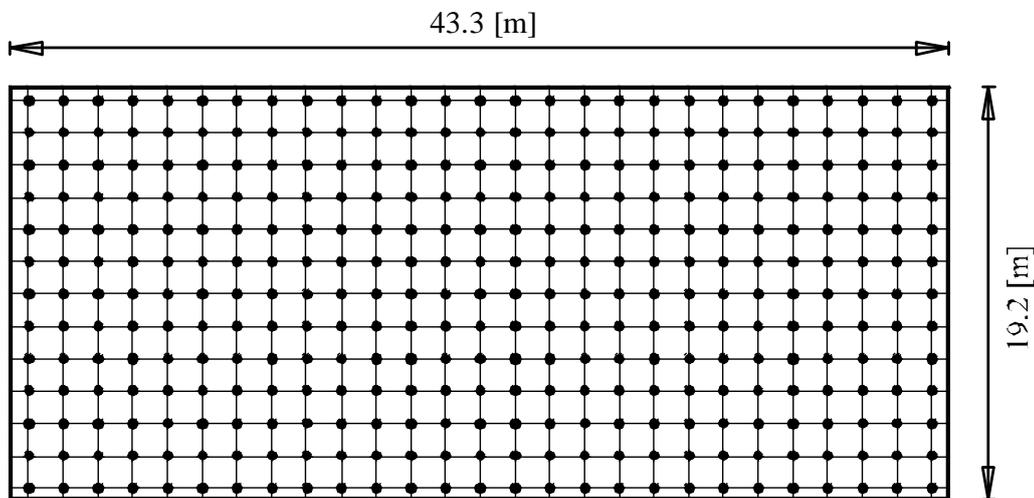


Bild 4-14 Stonebridge Tower: FE-Netz der Platte mit Pfählen

4.3.2.3 Pfahl- und Plattenmaterial

Die Dicke der Platte wird mit dem Mittelwert von 0.9 [m] angesetzt. Die Pfähle sind mit dem entsprechenden Durchmesser von 0.45 [m] und der Länge von 13 [m] in der Berechnung berücksichtigt. Bei der Berechnung von starren Pfahlgruppen spielen der Elastizitätsmodul und die *Poissonzahl* des Betons keine Rolle. Um die Eigenlasten von Pfählen und Platte zu berücksichtigen, wird die Wichte des Betons mit $\gamma_b = 25 \text{ [kN/m}^3\text{]}$ angesetzt.

4.3.2.4 Baugrunddaten

Die Eigenschaften des Londoner Tons können wie folgt beschrieben werden:

Undrainede Kohäsion

Es handelt sich dabei um einen überkonsolidierten Ton. Die undrainede Kohäsion nimmt mit der Tiefe zu und wird näherungsweise laut *Hong et al.* (1999) durch die folgende lineare Beziehung beschrieben:

$$c_u = 150 + 6.67z \quad (4.26)$$

wobei:

- c_u Undrainede Kohäsion des Londoner Tons [kN/m²]
- z Tiefe ab Oberkante Ton [m]

Poissonzahl

Die *Poissonzahl* des Londoner Tons wird mit $\nu_s = 0.25$ [-] angesetzt.

Steifemodul

Hong et al. (1999) benutzen ein Verhältnis von 200 zwischen dem Schubmodul G und der undrainierten Kohäsion C_u , um einen variablen Submodul für den Boden zu bestimmen.

$$G = 200c_u = 200 (150 + 6.67z) \quad (4.27)$$

Die Beziehung zwischen Schubmodul G und Elastizitätsmodul E wird gegeben durch:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu_s)} \quad (4.28)$$

Setzt man Gl. (4.27) in Gl. (4.28) ein, ergibt sich unter der Annahme einer *Poissonzahl* des Tons von $\nu_s = 0.25$ [-]:

$$E = E_o (1 + 0.0445 z) \quad (4.29)$$

wobei:

- G Schubmodul [kN/m²]
- E Elastizitätsmodul der Erstbelastung des Londoner Tons [kN/m²]
- ν_s *Poissonzahl* des Bodens [-]
- E_o Anfangssteifemodul, $E_{so} = 75000$ [kN/m²]

Kompressionsbeiwert

Eine Beziehung zwischen Steifemodul, Kompressionsbeiwert für Wiederbelastung und Anfangsporenzahl für überkonsolidierten Ton ($\sigma_o + \Delta\sigma_{av} > \sigma_c$) nach *Mayne/Poulos* (1999) kann ausgedrückt werden als:

$$E_s = \frac{(1 + e_o)}{C_r} (\sigma_v) \ln(10) \quad (4.30)$$

oder

$$E_s = \left(\frac{1 - \nu_s}{1 - \nu_s - 2\nu_s^2} \right) E = \frac{(1 + e_o)}{C_r} (\sigma_v) \ln(10) \quad (4.31)$$

wobei:

- E_s Steifemodul [kN/m²]
- C_r Kompressionsbeiwert für Wiederbelastung [-]
- e_o Anfangsporenzahl [-]
- σ_v Spannung im Boden, $\sigma_v = \sigma_o + \Delta\sigma_{av}$ [kN/m²]
- σ_c Vorbelastung [kN/m²]
- $\Delta\sigma_{av}$ Mittlere erhöhte Vertikalspannung im Ton [kN/m²]

Der Begriff des Kompressionsbeiwertes für Wiederbelastung und Anfangsporenzahl kann erhalten werden durch Gleichsetzung von Gl. (4.30) und Gl. (4.29) direkt unter den Pfählen bei $z = 15$ [m]. Die mittlere erhöhte Vertikalspannung in dieser Tiefe kann durch eine Verteilung des Sohldrucks im Boden mit einer Neigung von 1:2 angenähert werden.

Der Kompressionsbeiwert für Wiederbelastung und Anfangsporenzahl für die gesamte Schicht ist gegeben durch:

$$\frac{C_r}{(1 + e_o)} = 0.0045 \quad (4.32)$$

Grenzfahllast

Um die Berechnung mit dem Verfahren NPRD durchzuführen, wird die mittlere undrained Kohäsion c_u des Londoner Tons mit $c_u = 200$ [kN/m²] angesetzt. Russo (1998) schlug eine Grenzmantelreibung bei der Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion nicht weniger als $\tau = 180$ [kN/m²] vor, die einer undrained Kohäsion von $c_u = 200$ [kN/m²] entspricht. Die Grenzmantelreibung bei der Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion ist $\tau = 180$ [kN/m²]. Somit ergibt sich folgende Grenzfahllast für die Pfähle mit der Länge = 13 [m]:

$$Ql = \tau * \pi * D * l = 180 * \pi * 0.45 * 13 = 3308 \text{ [kN]} = 3.3 \text{ [MN]} \quad (4.33)$$

Die Grenzfahllast Ql ist ein geometrischer Parameter der hyperbolischen Beziehung. In einigen Fällen ist der Wert von Ql von der tatsächlichen Tragfähigkeitspfahllast Qu anders, $Ql = r * Qu$. Dabei ist r der geometrische Koeffizient der hyperbolischen Funktion, $r = 1.5$ bis 2 .

Grundwasser

Das Grundwasser im typischen Ton Londons liegt innerhalb von 1.0 [m] von der Bodenoberfläche (Rickard et al. (1985)). Das Grundwasser wird direkt unter der Platte in einer Tiefe von 1.0 [m] angenommen.

Wichte des Tons

Die Trockenwichte des Tons wird mit $\gamma_s = 18.5$ [kN/m³] angesetzt.

Bodenkennwerte

Eine Bodenschicht von $H = 100$ [m] Mächtigkeit ist berücksichtigt. Für die Berechnung wurde die gesamte Schicht des Baugrunds mit 10 Schichten angenommen, um die Varietät des E-Moduls mit der Tiefe zu berücksichtigen, wie im Bohrprofil in Bild 4-15 gezeigt.

Berechnung von Reibungspfählen in Tonschichten

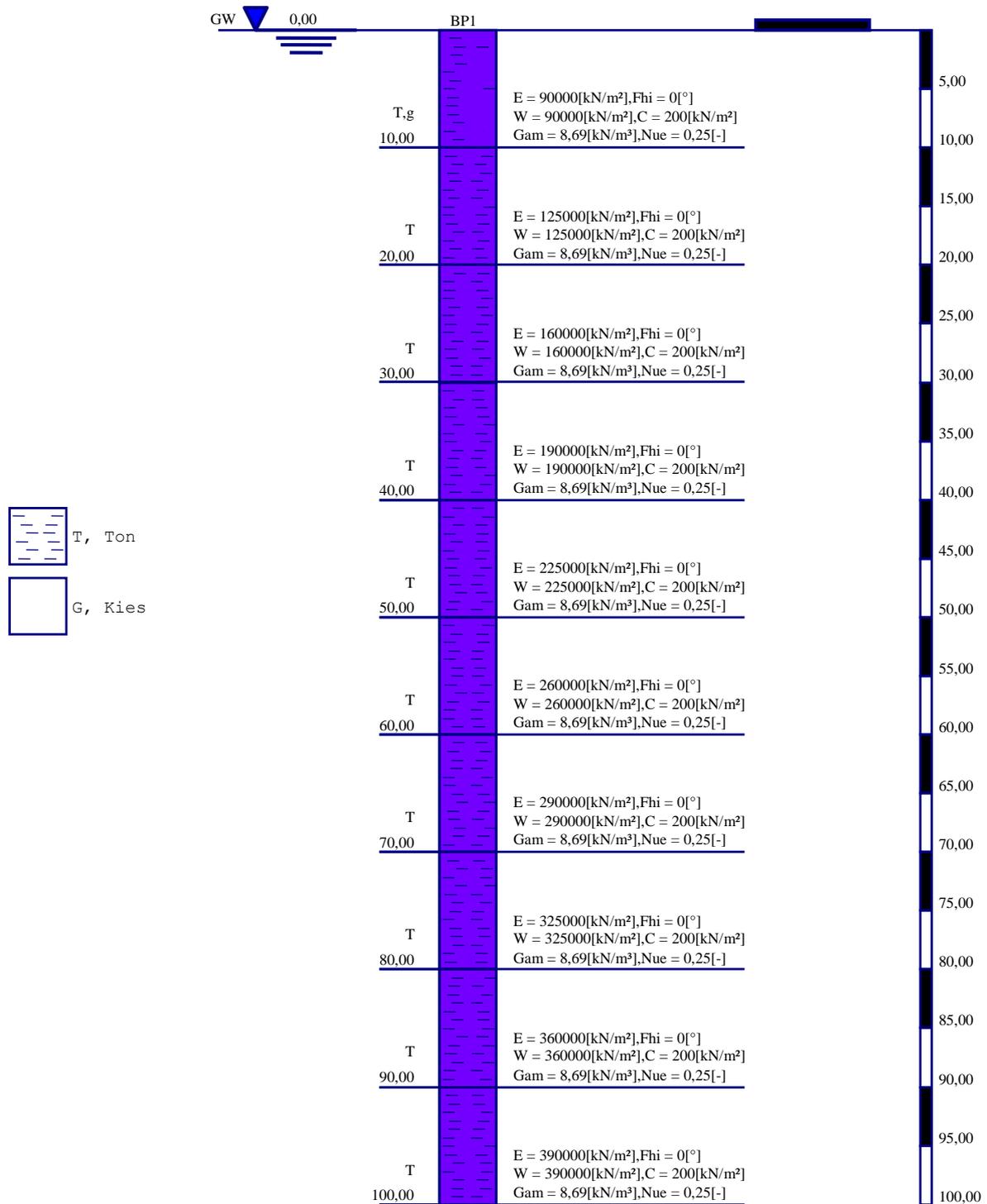


Bild 4-15 Darstellung des Bohrprofils

4.3.2.5 Lastdaten

Die Gesamtbelastung einschließlich Eigengewicht der Platte wird als Flächenlast von 187 [kN/m²] angesetzt.

4.3.2.6 Berechnung der Pfahlgruppen

Aufgrund des geringeren Abstands der einzelnen Pfähle untereinander wird das System ohne Kontaktfläche und somit ohne die Interaktion Platte-Boden und Platte-Pfähle betrachtet. Das Fundament wird als Pfahlgruppe berechnet. Um den Unterschied zwischen den Ergebnissen der Pfahlgruppe des *Stonebridge Towers* bei verschiedenen Berechnungen mit unterschiedlichem Boden-Modul zu zeigen, werden 3 Berechnungen nach dem Steifemodulverfahren für starre Pfahlgruppen mit dem Programm *ELPLA* durchgeführt wie folgt:

- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung der DIN 4014 (NPRD)
- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung einer hyperbolischen Funktion (NPRH)
- Lineare Berechnung (LPR)

Das Verfahren NPRD wurde von *El Gendy et al.* (2006) entwickelt, während die Verfahren NPRH und LPR von *El Gendy* (2007) entwickelt wurden.

In der Berechnung wird die mittlere erhöhte Vertikalspannung in den Tonschichten mit jeweils 20 [m] Dicke bestimmt. Danach werden die Setzungen der Verfahren mit variablem Boden-Modul und Feldmessungen mit denen der vorliegenden Berechnung verglichen.

4.3.2.7 Vergleich mit gemessener Setzung

Um das vorliegende Berechnungsverfahren für die Berechnung von Pfahlgruppen des *Stonebridge Towers* zu überprüfen, wird die berechnete Setzung mit der gemessenen Setzung verglichen (Tabelle 4-1). Die berechnete Setzung wird in der Mitte der Platte bestimmt. Die Tabelle zeigt einen kleinen Unterschied zwischen der berechneten und der gemessenen Setzung.

Tabelle 4-1 Vergleich zwischen der berechneten und der gemessenen Setzung

Begriff	gemessene Setzung	berechnete Setzung	Differenz
Setzung S_c [cm]	1.8	2.1	+ 0.3

4.3.2.8 Vergleich der Verfahren mit unterschiedlichem Boden-Modul

Bild 4-16 zeigt die Setzung der Pfahlgruppen für die vorliegende Berechnung und Ergebnisse von Verfahren mit unterschiedlichem Boden-Modul. Es enthält die auch die gemessene Setzung.

Die Setzungen sind bei der nichtlinearen Berechnung (NPRH, NPRD) unter allen Knoten der Platte größer als bei der linearen Berechnung (LPR). Obwohl die Sohlrücke für die vorliegende Berechnung und LPR gleich sind, unabhängig von Eigenschaften des Bodens, sind die Setzungen der beiden Berechnungen nicht gleich.

Gemessen wurde eine Setzung von 1.8 [cm]. Nach dem Steifemodulverfahren für starre Pfahlgruppen mit Verwendung der DIN 4014 (NPRD) erhält man 2.02 [cm] und mit Verwendung der hyperbolischen Funktion (NPRH) erhält man 2.18 [cm].

Es kann geschlossen werden, dass die Konsolidationssetzung der vorliegenden Berechnung eine gute Übereinstimmung hat nicht nur mit der gemessenen Setzung sondern auch mit den berechneten Setzungen von nichtlinearen Berechnungen mit unterschiedlichem Boden-Modul.

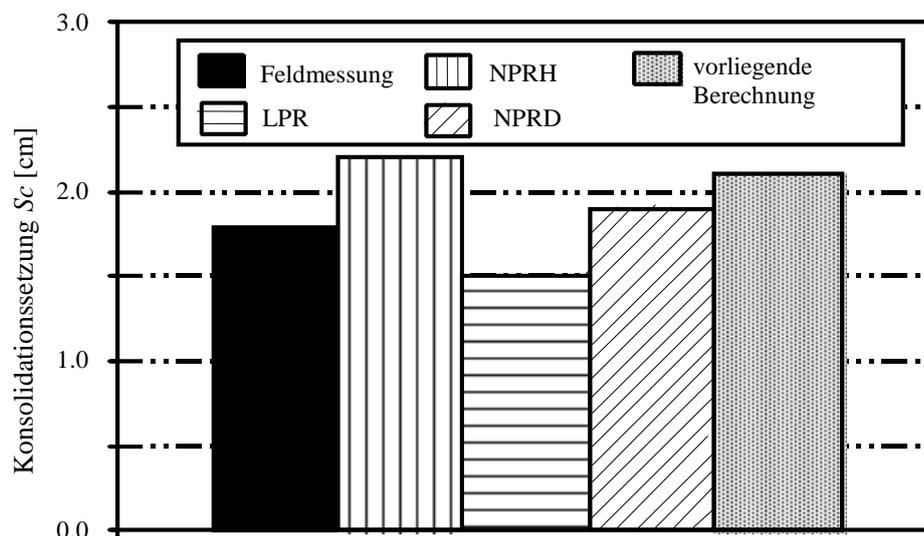


Bild 4-16 Vergleich zwischen der berechneten Setzung und der gemessenen Setzung

4.3.3 Untersuchungsfall 2: Pfahlgruppen des *Dashwood Houses* in London

Hong et al. (1999) haben ein Verfahren für die Berechnung von großen vertikal belasteten Pfahlgruppen mit Hilfe von Lastübertragungskurven (NPRLT) entwickelt. Die Autoren haben das Verfahren NPRLT auf der Pfahlplatte des *Dashwood Houses* angewendet. Sie verglichen die berechnete Setzung mit der Feldmessung nach *Hooper* (1979). In diesem Untersuchungsfall werden die berechneten und gemessenen Setzungen dieser Pfahlplatte berücksichtigt, um die Genauigkeit der Berechnungsverfahren im Programm *ELPLA* zu überprüfen.

Dashwood House ist ein Hochhaus mit 15 Stockwerken und liegt im Norden Londons in England. Das Hochhaus ist 61 [m] hoch. Als Gründungsplatte wurde eine rechteckige Platte mit den Abmessungen 33 [m] und 31.5 [m] und eine Dicke von 0.9 [m] angesetzt. Unter der Platte befinden sich insgesamt 462 Bohrpfähle. Die Pfähle haben eine Länge von $l = 15$ [m] und einen Durchmesser von $D = 0.485$ [m]. Sie liegen in einem quadratischen Raster von 1.5 [m]. Die gesamte Last des Gebäudes einschließlich der Platte ergibt eine Last von 274 [MN], d.h. eine gleichmäßige Flächenlast von 264 [kN/m²].

4.3.3.1 FE-Netz

Die Platte mit Pfählen der Abmessung 33 [m] * 31.5 [m] ist zu berechnen. Sie wird in Elemente mit einer Maximallänge von 1.5 [m] in x - sowie in y -Richtung unterteilt. Ebenso werden die Pfähle in Elemente mit 3.75 [m] Länge unterteilt. Bild 4-17 zeigt das FE-Netz der Platte mit Pfählen.

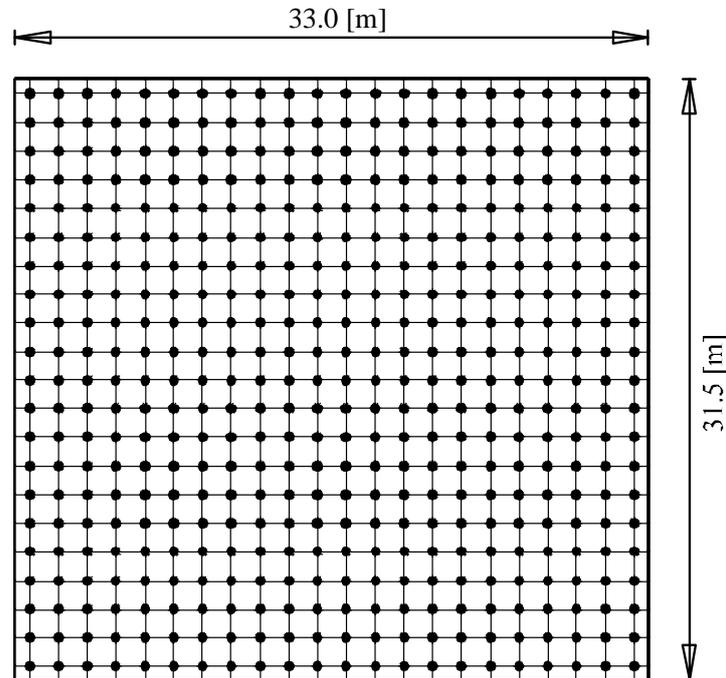


Bild 4-17 FE-Netz der Platte mit Pfählen

4.3.3.2 Pfahl- und Plattenmaterial

Die Dicke der Platte wurde in der Berechnung mit 0.9 [m] angesetzt. Die Pfähle sind mit einem Durchmesser von 0.485 [m] und einer Länge von 15 [m] in der Berechnung berücksichtigt. Die Beschreibung der Eigenschaften des Pfahlmaterials und der Platte kann dem Beispiel "Pfahlgruppen des *Stonebridge Towers*" entnommen werden.

4.3.3.3 Baugrunddaten

Die Beschreibung der Eigenschaften des Londoner Tons kann dem Untersuchungsfall "Pfahlgruppen des *Stonebridge Towers*" entnommen werden. Die Grenzpfahllast für die Pfähle mit der Länge = 15 [m] ist:

$$Ql = \tau * \pi * D * l = 180 * \pi * 0.485 * 15 = 4114 [\text{kN}] = 4.1 [\text{MN}] \quad (4.34)$$

Die Grenzpfahllast Ql ist ein geometrischer Parameter der hyperbolischen Beziehung. In einigen Fällen ist der Wert von Ql von der tatsächlichen Tragfähigkeitspfahllast Qu anders, $Ql = r * Qu$. Dabei ist r der geometrische Koeffizient der hyperbolischen Funktion, $r = 1.5$ bis 2 .

4.3.3.4 Lastdaten

Die gesamte vertikale Last einschließlich Eigengewicht der Platte beträgt 274 [MN]. Die Last wird als Flächenlast von 264 [kN/m²] angesetzt.

4.3.3.5 Berechnungsverfahren

Um die Berechnungsverfahren der Kombinierten Pfahl-Plattengründung hinsichtlich ihrer Qualität abzuschätzen, wird die Setzung mit dem Programm *ELPLA* 9.2 berechnet und mit der gemessenen Setzung verglichen wie im Untersuchungsfall "Pfahlgruppen des *Stonebridge Towers*". Analog werden die Ergebnisse der Berechnungen mit anderen Verfahren und den Messungen verglichen. Der Untergrund am Standort des Gebäudes besteht aus 8 [m] Auffüllung, Sand und Kies, gefolgt von Londoner Ton. Die Platte ist im Kies ca. 1 [m] über der oberen Tonschicht gegründet. In der Berechnung von *Hong et al.* (1999) liegt die Platte direkt auf dem Londoner Ton.

4.3.3.6 Berechnung der Pfahlgruppe

Dashwood House hat die gleichen Bedingungen wie *Stonebridge Tower* in Bezug auf Boden, statisches System der Struktur und Pfahlplatte. Ausgehend von den gleichen Eigenschaften des Londoner Tons (s.a. Untersuchungsfall 1) sind, wird die Pfahlgruppe mit den vorliegenden Berechnungsverfahren und den zuvor ausgewählten Verfahren untersucht. Die Pfähle sind in Linienelemente unterteilt mit jeweils 3.25 [m] Länge.

4.3.3.7 Vergleich mit gemessener Setzung

Um das vorliegende Berechnungsverfahren zur Berechnung von Pfahlgruppen des *Stonebridge Towers* zu überprüfen, wird die berechnete Setzung mit der gemessenen Setzung verglichen (Tabelle 4-2). Die berechnete Setzung wird in der Mitte der Platte angesetzt. Die Tabelle zeigt einen kleinen Unterschied zwischen berechneter und gemessener Setzung.

Tabelle 4-2 Vergleich zwischen berechneter Setzung und gemessener Setzung

Begriff	gemessene Setzung	berechnete Setzung	Differenz
Setzung S_c [cm]	3.3	2.9	- 0.4

4.3.3.8 Vergleich der Verfahren mit unterschiedlichem Boden-Modul

Bild 4-18 zeigt die Setzung der Pfahlgruppen für die vorliegende Berechnung und für Verfahren mit unterschiedlichem Boden-Modul. Außerdem enthält das Bild die gemessene Setzung und die berechnete Setzung mit NPRLT. Daraus ergeben sich die gleichen Schlussfolgerungen wie im Untersuchungsfall 1.

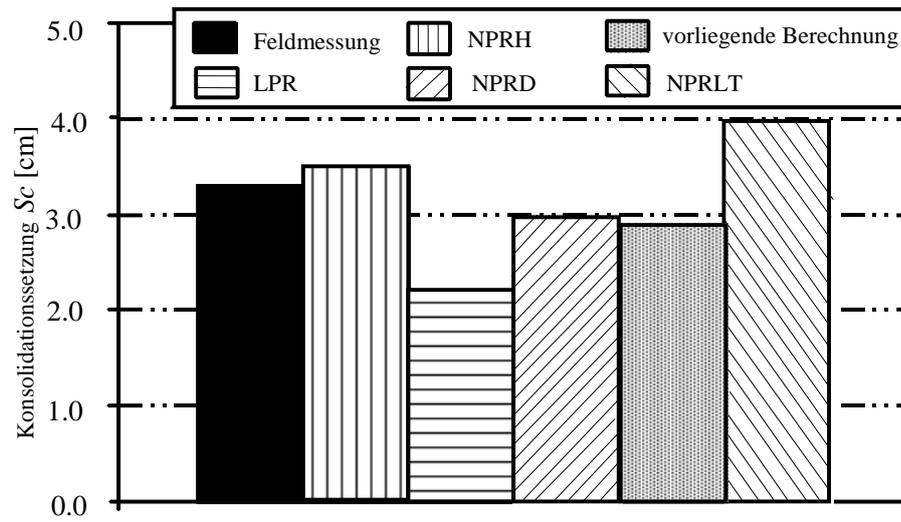


Bild 4-18 Vergleich zwischen berechneter Setzung und gemessener Setzung

4.4 Literatur

- [1] *Butterfield, R./ Banerjee, P.* (1971): The problem of pile group-pile cap interaction
Géotechnique, Vol. 21, No. 2, 351-371
- [2] *Cook, W./ Bryden-Smith, W./ Gooch, N., Sillett, F.* (1981): Some observation of the
foundation loading and settlement of a multi-storey building on a piled raft foundation in
London Clay
Proce. Instn. Civ. Engrs. Part1
- [3] *El Gendy, M.* (2003): Numerical Modeling of Rigid Circular Rafts on Consolidated Clay
Deposits
Int. Workshop on Geotechnics of Soft Soils-Theory and Practice
Vermeer, Schweiger, Karstunen & Cudny (eds.)
- [4] *El Gendy, M.* (2006): Developing stress coefficients for raft-deformation on a thick clay
layer
Scientific Bulletin, Faculty of Engineering, Ain Shams University, Cairo, Egypt
Vol. 41, No. 3, September 2006, pp. 73-108
- [5] *El Gendy, M.* (2007): Formulation of a composed coefficient technique for analyzing
large piled raft
Scientific Bulletin, Faculty of Engineering, Ain Shams University, Cairo, Egypt
Vol. 42, No. 1, March 2007, pp. 29-56
- [6] *El Gendy, M.* (2007): Deriving equations for analyzing friction piles in clay soil
Scientific Bulletin, Faculty of Engineering, Ain Shams University, Cairo, Egypt
Vol. 42, No. 1, March 2007, pp. 1-27
- [7] *El Gendy, M./ Hanisch, J./ Kany, M.* (2006): Empirische nichtlineare Berechnung von
Kombinierten Pfahl-Plattengründungen
Bautechnik 9/ 06
- [8] *Griffiths, D.* (1984): A chart for estimating the average vertical stress increase in an
elastic foundation below a uniformly loaded rectangular area
Can. Geotech. J. 21, 710-713
- [9] *Hemsley J.* (2000): Design application of raft foundations
Thomas Telford, London; Section 18
- [10] *Hong, D./ Chow, Y./ Yong, K.* (1999): A method for analysis of large vertically loaded
pile groups
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 23, 243-262
- [11] *Hooper, J.* (1979): Review of behaviour of piled raft foundation
CIRIA Report 83, pp. 45-54
- [12] *Masih R.* (1993): Structural Stiffness Influence on Soil Consolidation
Journal of Geotechnical Engineering; 119 (1): pp. 168-172
- [13] *Masih R.* (1994): Foundation Uniform Pressure and Soil-Structure Interaction
Journal of Geotechnical Engineering; 120 (11): pp. 2064-2071
- [14] *Mayne, P./ Poulos, H.* (1999): Approximate displacement influence factors for elastic
shallow foundations
Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 453-459
- [15] *Padfield, J./ Sharrock, J.* (1983): Settlement of structures on clay soils
Construction Industry Research and Information Associate, London
CIRIA Spec. Publ'n 27
- [16] *Poulos, H./ Davis, E.* (1968): The settlement behaviour of single axially loaded
incompressible piles and piers
Géotechnique, Vol. 18, 351-371

- [17] *Rickard, C./ Manie, B./ Price, G./ Simons, N./ Waedel, I./ Clayton, C.* (1985): Interaction of a piled raft foundation at Basildon, UK
11th Int. Conf. Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco, USA
- [18] *Russo, G.* (1998): Numerical analysis of piled rafts
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 22, 477-493

Untersuchungsfall 5

**Pfahl-Plattengründung
des *Westend 1* in Frankfurt**

Inhalt

Seite

5	Untersuchungsfall 5: Pfahl-Plattengründung des <i>Westend 1</i> in Frankfurt	3
5.1	Allgemeines	3
5.2	Berechnungsverfahren der Kombinierten Pfahl-Plattengründung.....	5
5.3	FE-Net.....	6
5.4	Lastdaten	6
5.5	Pfahl- und Plattenmaterial.....	6
5.6	Baugrunddaten	7
5.7	Ergebnisse	12
5.8	Messungen und andere Ergebnisse	12
5.9	Bewertung	12
5.10	References.....	17

5 Untersuchungsfall 5: Pfahl-Plattengründung des *Westend 1* in Frankfurt

5.1 Allgemeines

Westend 1 hat eine Höhe von 208 [m] und steht auf einer Pfahl-Plattengründung. Das Hochhaus liegt in der Stadt Frankfurt, Deutschland. Es wurde 1993 fertiggestellt. Das Hochhaus war bis 1993 der dritthöchste Hochhaus in Frankfurt und auch in Deutschland, Bild 5-1.

Mit Benutzung der installierten Instrumente im Fundament des *Westend 1* wurde ein umfangreiches Messprogramm etabliert, um das Verhalten des Gebäudes zu überwachen. Weil diese Instrumente die Setzungen von Platte, Sohlrücken auf der Platte und Lasten auf den Pfahlköpfen und entlang der Pfahlmäntel notieren, war das Gebäude eine gute Chance für viele Autoren, um ihre Berechnungsverfahren zu überprüfen. Seit der *Westend 1* gebaut wurde, haben viele Autoren sein Verhalten untersucht. *Poulos et al.* (1997), *Poulos* (2001), *Reul* und *Randolph* (2003) und *Chaudhary* (2010) haben umfangreiche Untersuchungen durchgeführt, um die Pfahl-Plattengründung nach Verfahren von *Poulos und Davis* (1980), *Poulos* (1991), *Poulos* (1994), *Ta and Small* (1996), *Sinha* (1996), *Franke et al.* (1994), *Randolph* (1983) und *Clancy and Randolph* (1993) zu berechnen. Die Ergebnisse wurden miteinander und mit denen der Messungen verglichen.

Das Gebäude hat einen Keller mit drei Untergeschossen und 51 Stockwerken mit einem durchschnittlichen geschätzten angewandten Druck von 412 [kN/m²]. Das Gebäude wurde auf einer Fundamentplatte mit einer Fläche von ca. 2900 [m²]. Es wurde auf Frankfurter Ton in einer Tiefe von 14.5 [m] unter der Gelände gegründet. Die Platte weist in der Mitte eine Dicke von 4.65 [m] auf, die sich zu den Rändern auf 3 [m] verjüngt. Gestützt wird sie durch 40 gleich großen Bohrpfähle mit einem Durchmesser von je $D = 1.3$ [m] und Pfahllängen 30 [m]. Auf zwei Ringen unter den schweren Stützen des Überbaus sind die Pfähle angeordnet.

Pfahl-Plattengründung des *Westend 1*



Bild 5-1 *Westend 1* nach https://en.wikipedia.org/wiki/Westendstrasse_1

Bild 5-2 zeigt die Abbildung des *Westend 1* mit der Pfahlplatte nach *Reul and Randolph (2003)*.

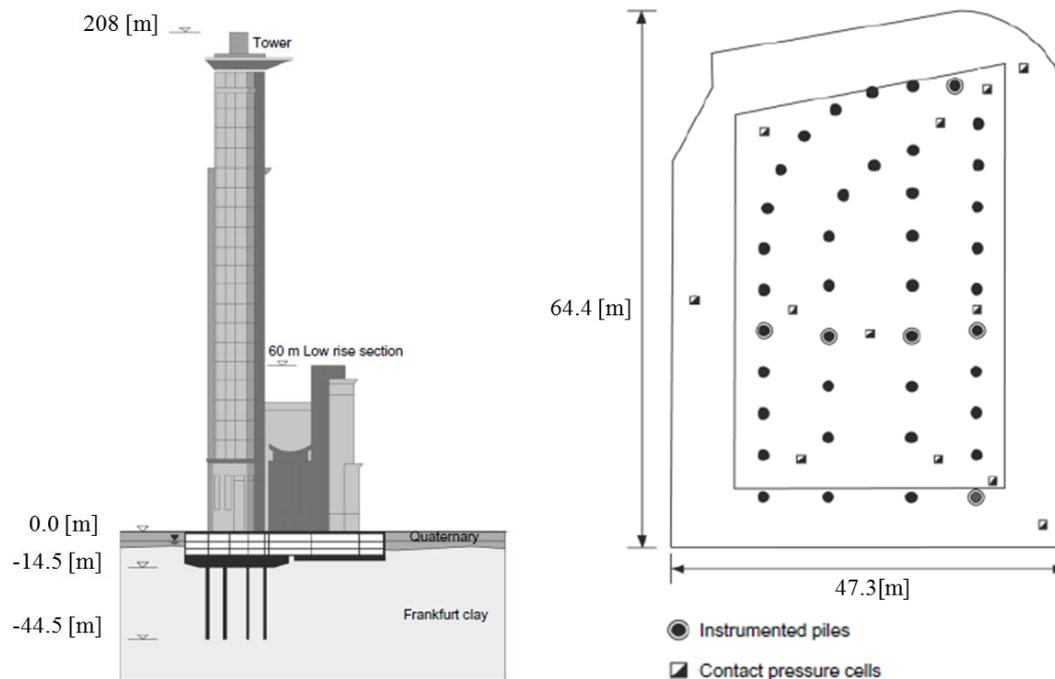


Bild 5-2 Abbildung des *Westend 1* mit der Pfahlplatte nach *Reul and Randolph (2003)*

5.2 Berechnungsverfahren der Kombinierten Pfahl-Plattengründung

Um die Berechnungsverfahren der Kombinierten Pfahl-Plattengründung hinsichtlich ihrer Qualität abzuschätzen, werden insgesamt 4 nichtlineare Berechnungen mit *ELPLA* durchgeführt wie folgt, *El Gendy et al. (2006)* and *El Gendy (2007)*:

- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung einer hyperbolischen Funktion für Last-Setzungskurve des Pfahles
- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung der DIN 4014 für Last-Setzungskurve des Pfahles
- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung der EA-Pfähle (untere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles
- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung der EA-Pfähle (obere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

Das Fundamentsystem wird als starre und elastische Pfahl-Plattengründungen berechnet. In diesem Fall wird die Platte als entweder starre oder elastische Platte betrachtet, die auf gleichen starren Pfählen abgestützt ist.

Eine Reihe von Vergleichen wird durchgeführt, um die nichtlinearen Berechnungen der Pfahl-Plattengründungen für Last-Setzungsbeziehungen von Pfählen zu bewerten. Darin werden die Ergebnisse anderer numerischer Methoden und Messungen mit denen von *ELPLA* verglichen.

5.3 FE-Net

Die Platte wird in dreieckige Elemente mit einer Maximallänge von 2.0 [m] unterteilt, wie im Bild 5-3 gezeigt. Ebenso werden die Pfähle in Elemente mit 2.0 [m] Maximallänge unterteilt.

5.4 Lastdaten

Die gesamte effektive vertikale Last (ausschließlich Eigengewicht von Platte und Pfählen) auf der Gründungsplatte beträgt $N=950$ [MN], wobei der Auftrieb auf der Platte $P_w=81$ [kN/m²] beträgt. Die Last wird als Flächenlast von 412 [kN/m²] auf der gesamten Platte angesetzt.

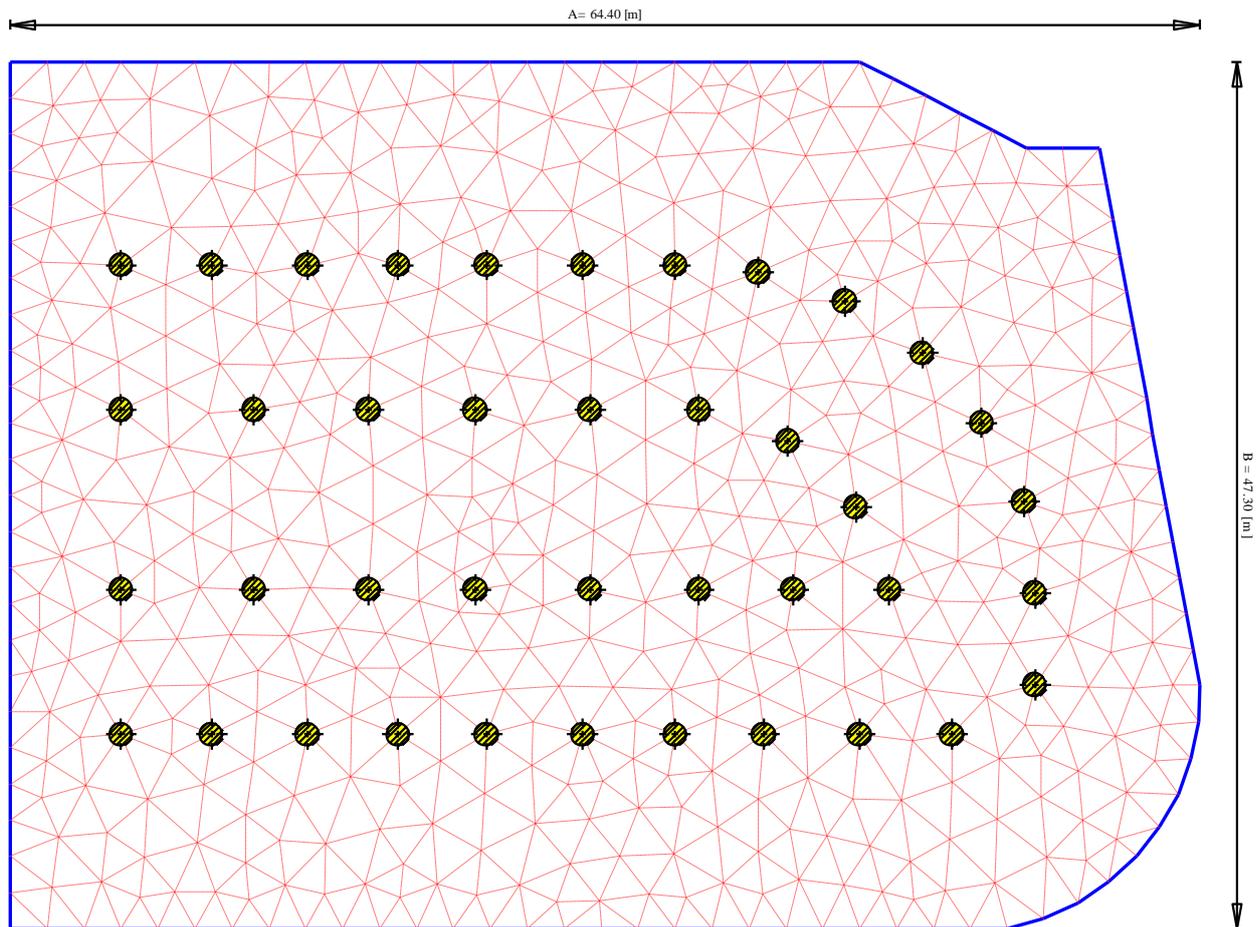


Bild 5-3 Netz der Pfahlplatte des *Westend 1* mit Pfählen

5.5 Pfahl- und Plattenmaterial

Die Dicke der Platte wird mit einem Mittelwert von 4.2 [m] angesetzt. Die Pfähle sind mit dem entsprechenden Durchmesser von 1.3 [m] und der Länge von 30 [m] in der Berechnung berücksichtigt. Als Pfahl- und Plattenmaterial wurden folgende Werte angesetzt:

Als Plattenmaterial wurden folgende Werte angesetzt:

Elastizitätsmodul	$E_b = 34\,000$	[MN/m ²]
Poissonzahl	$\nu_p = 0.25$	[-]
Wichte	$\gamma_b = 0$	[kN/m ³]

Als Pfahlmaterial wurden folgende Werte angesetzt:

Für die Pfähle gilt:

Elastizitätsmodul	$E_b = 22\,000$	$[\text{MN}/\text{m}^2]$
Wichte	$\gamma_b = 0$	$[\text{kN}/\text{m}^3]$

5.6 Baugrunddaten

Die Platte wurde auf einem typischen Frankfurter Ton in einer Tiefe von 14.5 [m] unter der Gelände gegründet. Die Gründungstiefe der Platte wird mit einem Mittelwert von 12.82 [m] angesetzt. Der Untergrund am Standort des Gebäudes besteht aus Kiesen und Sanden bis in 8 [m] unter Gelände. Darunter liegen Schichten des Frankfurter Tons, der sich über große Tiefe von mehr als 100 [m] unter Gelände erweitert. Die Eigenschaften des Bodens in der numerischen Berechnung können wie folgt beschrieben werden:

Steifemodul

Der Elastizitätsmodul der Sand-/ Kiesschicht unter der Platte nach *Reul/ Randolph* (2003) ist $E = 75000$ [kN/m²]. Der Elastizitätsmodul für Wiederbelastung wurde mit $W = 3 E$ angesetzt. Laut *Amann et al.* (1975) auf Grundlage von früheren Berechnungen wird die Verteilung des Steifemoduls für die Erstbelastung des Frankfurter Tons mit der Tiefe durch folgende empirische Formel ermittelt:

$$E_s = E_{so} (1 + 0.35 z) \quad (5.1)$$

während für die Wiederbelastung gilt:

$$W_s = 70 [\text{MN}/\text{m}^2] \quad (5.2)$$

wobei:

E_s	Steifemodul für Erstbelastung [MN/m ²]
E_{so}	Anfangssteifemodul $E_{so} = 7$ [MN/m ²]
z	Tiefe ab Oberkante Ton [m]
W_s	Steifemodul für Wiederbelastung [MN/m ²]

Undrained Kohäsion

Nach *Sommer/ Katzenbach* (1990) steigt mit der Tiefe die undrained Kohäsion c_u des Frankfurter Tons von $c_u = 100$ [kN/m²] bis $c_u = 400$ [kN/m²] in 70 [m] Tiefe ab Oberkante Ton. Für die Berechnung mit Verwendung der DIN 4014 und der EA-Pfähle für Last-Setzungskurve des Pfahles wird die mittlere undrained Kohäsion von $c_u = 200$ [kN/m²] angenommen.

Poissonzahl

Die *Poissonzahl* des Kieses und des Sandes wird mit $\nu_s = 0.25$ [-] angesetzt.

Grenzpfalllast

Russo (1998) schlug eine Grenzmantelreibung bei der Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion nicht weniger als $\tau = 180$ [kN/m²] vor, die einer undrained Kohäsion von $c_u = 200$ [kN/m²] entspricht. Um die Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion durchzuführen, wird eine Grenzmantelreibung von $\tau = 180$ [kN/m²] berücksichtigt. Somit ergibt sich eine Grenzpfalllast von $Ql = 22$ [MN] wie folgt:

$$Q_l = \tau * \pi * D * l = 180 * \pi * 1.3 * 30 = 22054 \text{ [kN]} = 22 \text{ [MN]} \quad (5.3)$$

wobei:

- Q_l Grenzpfalllast, [MN]
- τ Grenzmantelreibung, $\tau = 180 \text{ [kN/m}^2\text{]}$
- D Pfahldurchmesser, [m]
- l Pfahl länge, [m]

Die Grenzpfalllast Q_l ist ein geometrischer Parameter der hyperbolischen Beziehung. In einigen Fällen ist der Wert von Q_l von der tatsächlichen Tragfähigkeitpfahllast unterschiedlich. $Q_l=1.5$ bis $2 Q_u$, wobei Q_u die Tragfähigkeitpfahllast ist.

Grundwasser

Die Grundwassertiefe liegt bei 4.75 [m] unter Gelände.

Bodenkennwerte

Der Baugrund setzt sich entsprechend Bild 5-4 aus 12 Schichten zusammen, welche hauptsächlich aus Frankfurter Ton bestehen. Die gesamte Tiefe beträgt $H = 108 \text{ [m]}$ unter Gelände. Bild 5-4 zeigt die Bodenkennwerte für die 12 Schichten.

Bild 5-5 bis Bild 5-8 zeigen die Last-Setzungsbeziehungen für die verschiedenen Berechnungen.

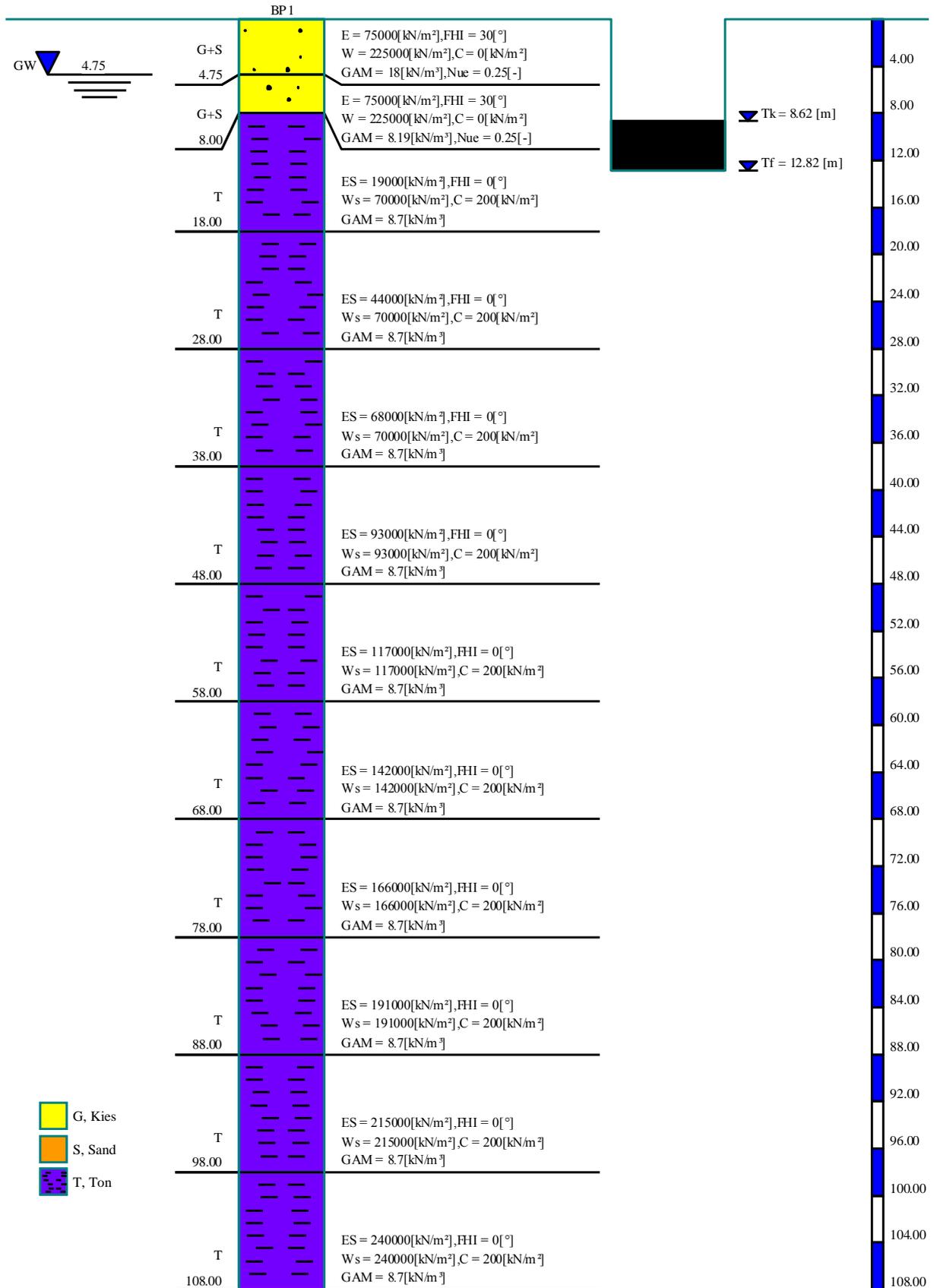


Bild 5-4 Darstellung des Bohrprofils

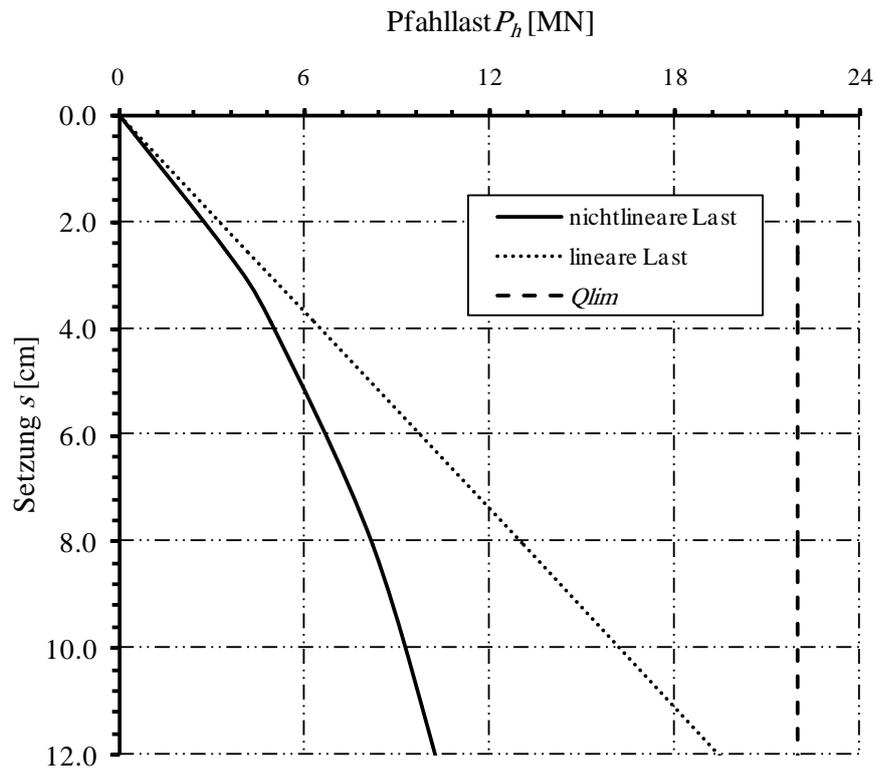


Bild 5-5 Last-Setzungsbeziehung (hyperbolische Funktion)

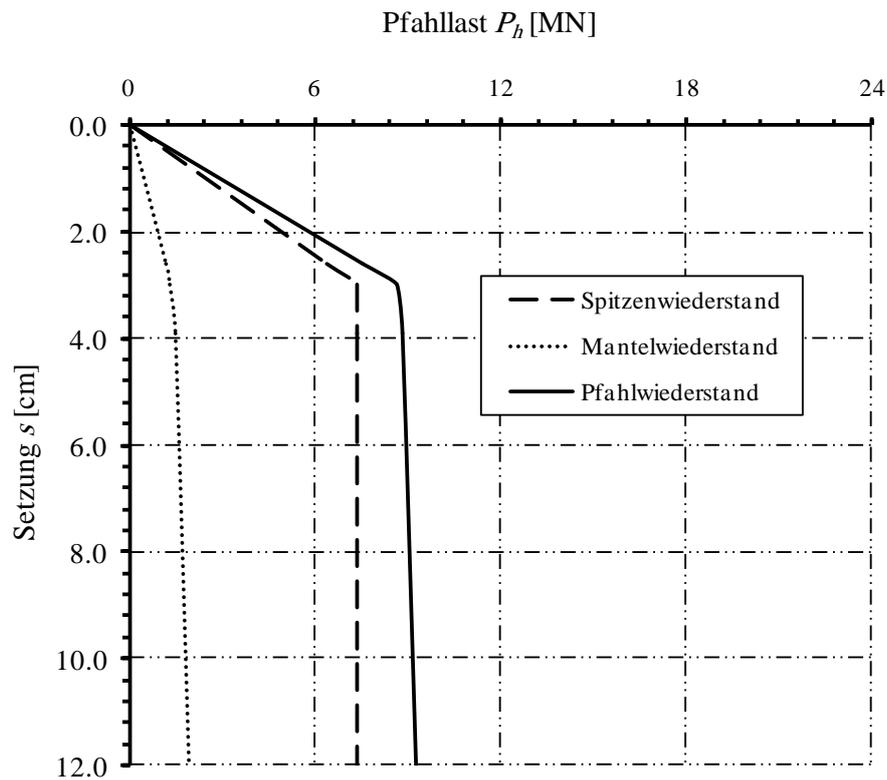


Bild 5-6 Lastsetzungslinie des Pfahles nach DIN 4014

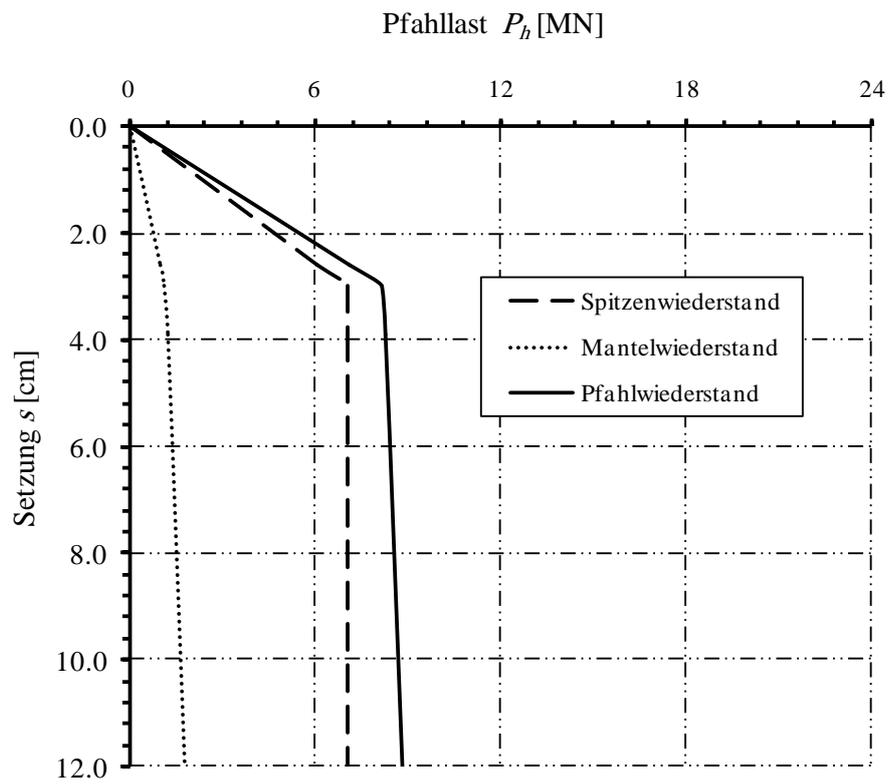


Bild 5-7 Lastsetzungslinie des Pfahles nach EA-Pfähle für untere Tabellenwerte

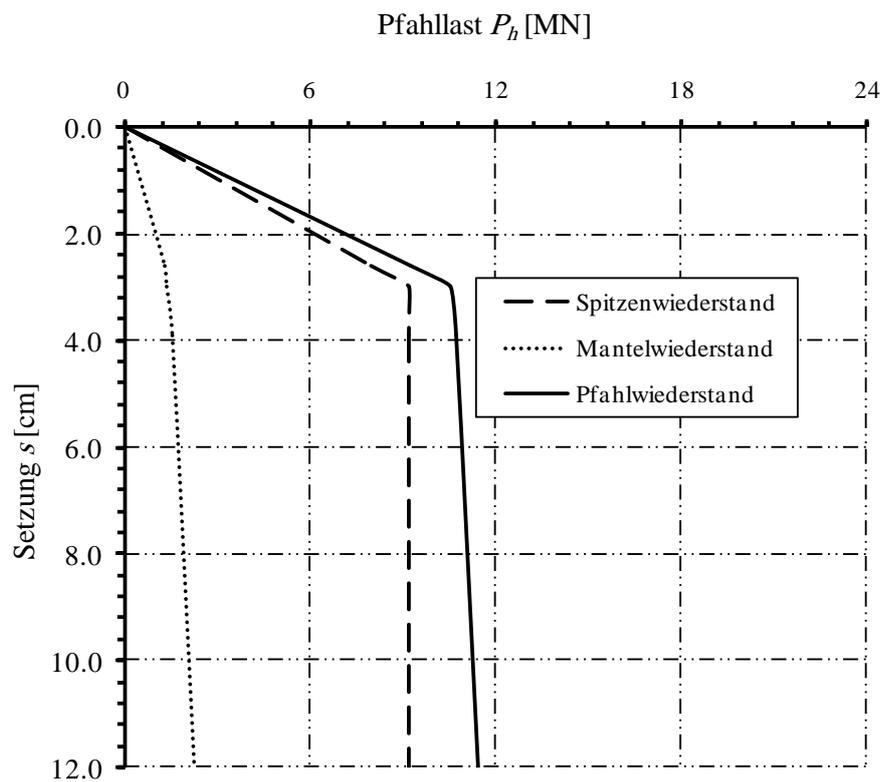


Bild 5-8 Lastsetzungslinie des Pfahles nach EA-Pfähle für obere Tabellenwerte

5.7 Ergebnisse

Als Beispiele für die Ergebnisse verschiedener Berechnungen bei *ELPLA*, zeigen Bild 5-9 und Bild 5-10 die Setzungen als Isolinien für die starre Pfahlplatte und auch für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle für Last-Setzungskurve des Pfahles (untere und obere Tabellenwerte). Pfahllasten als Kreisdiagramme für die starre Pfahlplatte und auch für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung einer hyperbolischen Funktion für Last-Setzungskurve des Pfahles sind im Bild 5-11 und Bild 5-12 abgebildet.

5.8 Messungen und andere Ergebnisse

Der Bau des *Westend 1* begann im Jahr 1990 und wurde fertig im Jahr 1993. Die gemessene Setzung in der Mitte der Pfahlplatte 2.5 Jahre nach Fertigstellung der Rohbauwand nach *Lutz et al.* (1996) beträgt 12 [cm], während der Tragwirkungskoeffizient der Pfahl-Plattengründung aus den gemessenen Pfahllasten $\alpha_{kpp}=0.49$ beträgt. Die gemessenen minimalen und maximalen Pfahllasten von 9.2 [MN] bzw. 14.9 [MN] wurden nach *Franke and Lutz* (1994) gemessen.

Zum Vergleich zeigt Bild 5-13 die anderen Ergebnisse für die anderen Berechnungen, die von *Reul and Randolph* (2003) vorgestellten. Mit der dreidimensionalen Finiten Element-Methode wurde nach *Reul/ Randolph* (2003) eine Setzung von 10.9 [cm] berechnet.

5.9 Bewertung

Die Ergebnisse der Setzungen, Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung α_{kp} und minimale und maximale Pfahllasten, die von *ELPLA* erhalten wurden, werden mit den Messungen im Bild 5-14 verglichen.

Aus Bild 5-14 kann geschlossen werden, dass die Ergebnisse, die aus verschiedenen in *ELPLA* verfügbaren Berechnungen erhalten werden, eine schnelle und akzeptable Schätzung für die Setzung, den Tragwirkungskoeffizient der Pfahl-Plattengründung und Pfahllasten, liefern können.

Dieser Untersuchungsfall zeigt auch, dass die in *ELPLA* verfügbaren Berechnungsverfahren zur Berechnung großer Plattenprobleme geeignet sind. Weil sie im Vergleich zu anderen komplizierten Modellen der dreidimensionalen Finiten Element-Methode weniger Rechenzeit benötigen.

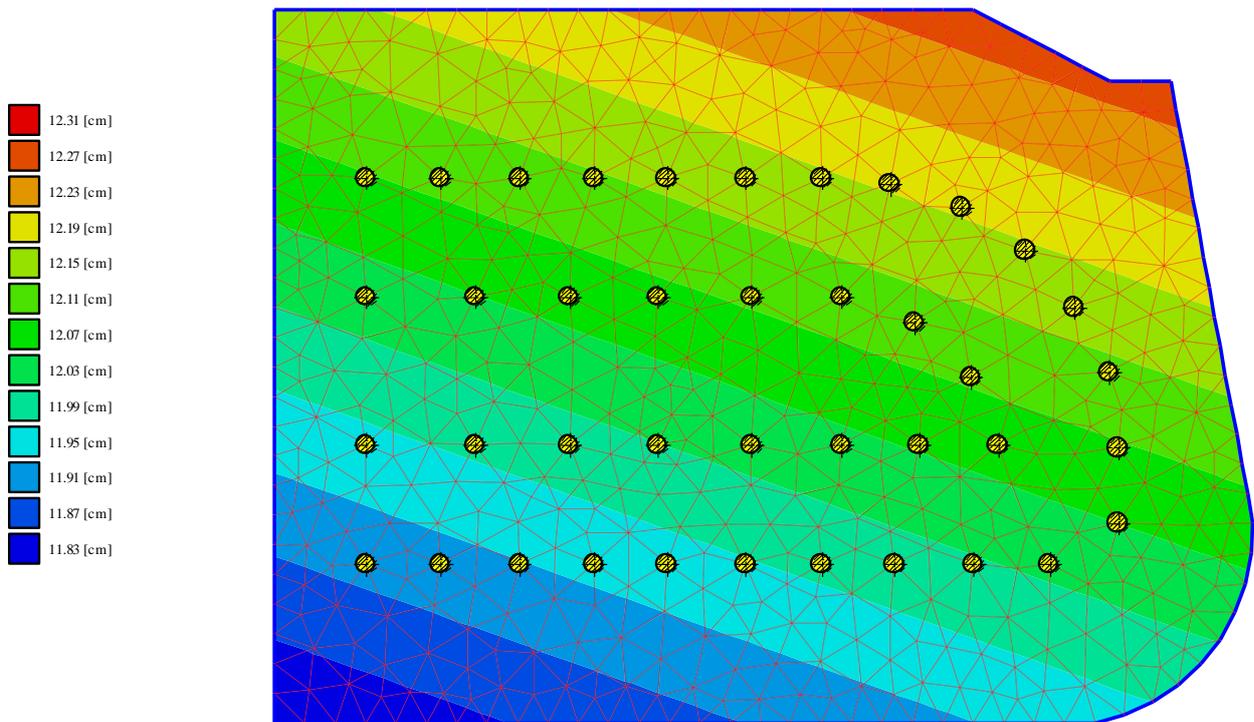


Bild 5-9 Settlement für die starre Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle (untere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

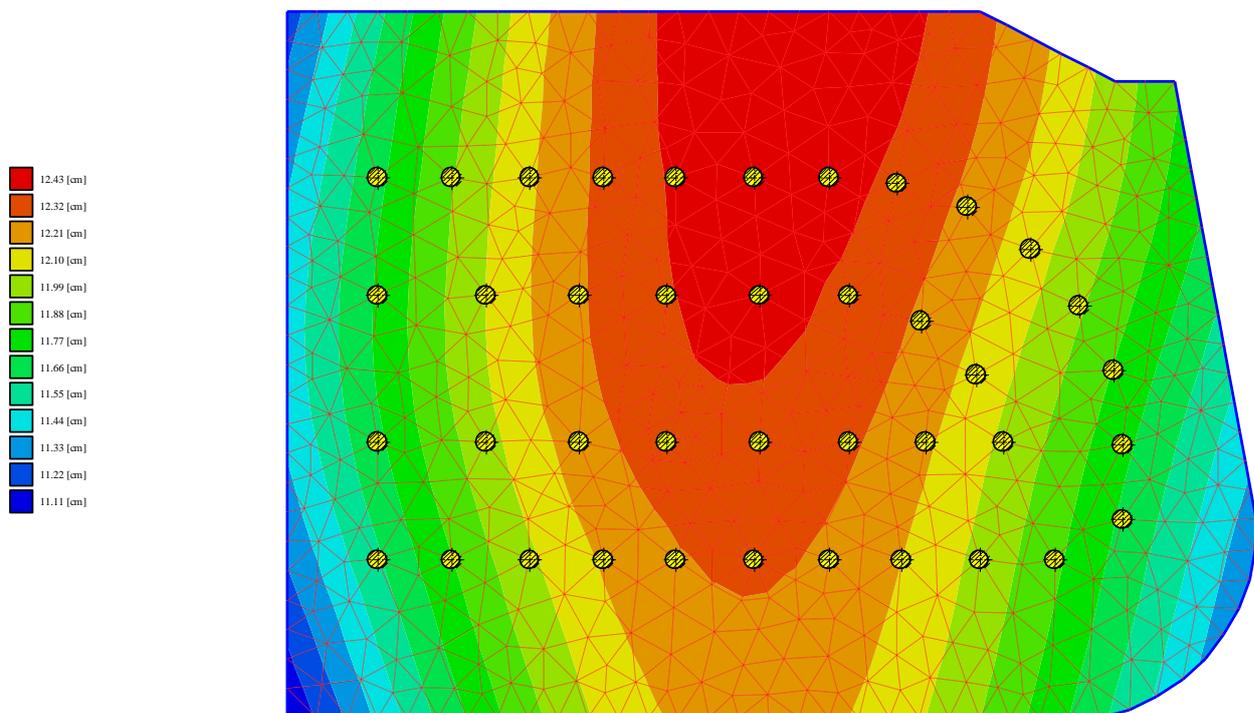


Bild 5-10 Settlement für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle (untere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

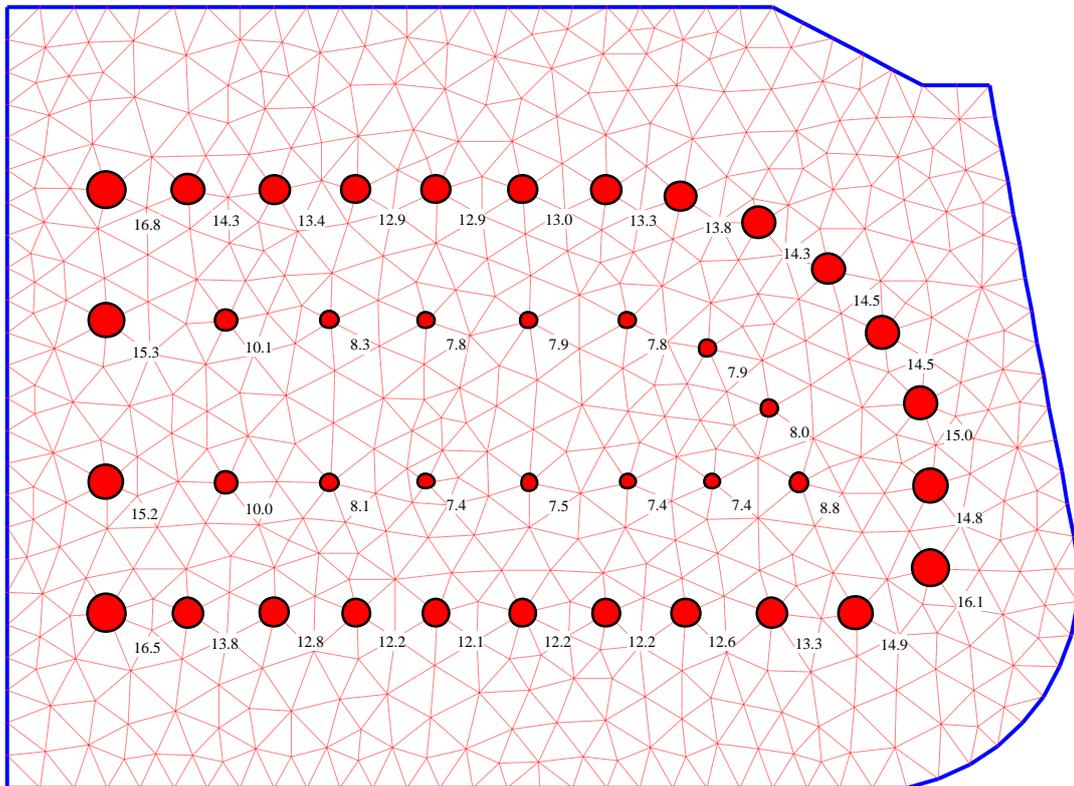


Bild 5-11 Pfahllasten [MN] für die starre Pfahlplatte mit Verwendung einer hyperbolischen Funktion für Last-Setzungskurve des Pfahles

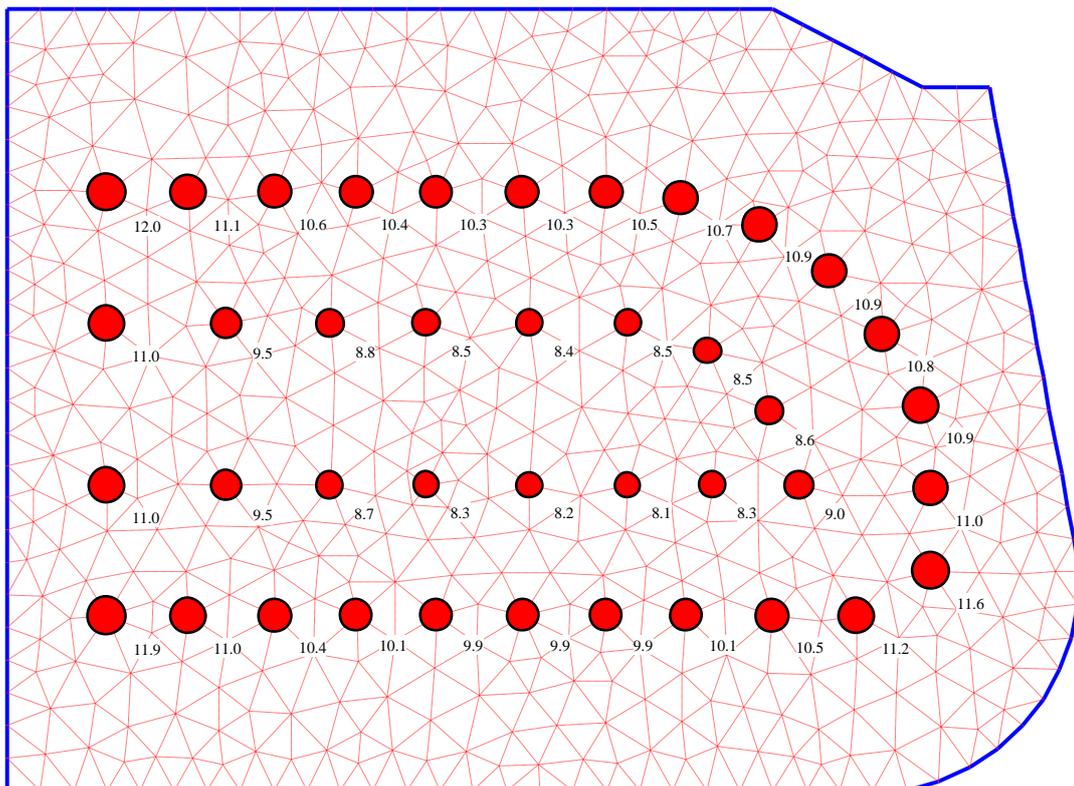


Bild 5-12 Pfahllasten [MN] für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung einer hyperbolischen Funktion für Last-Setzungskurve des Pfahles

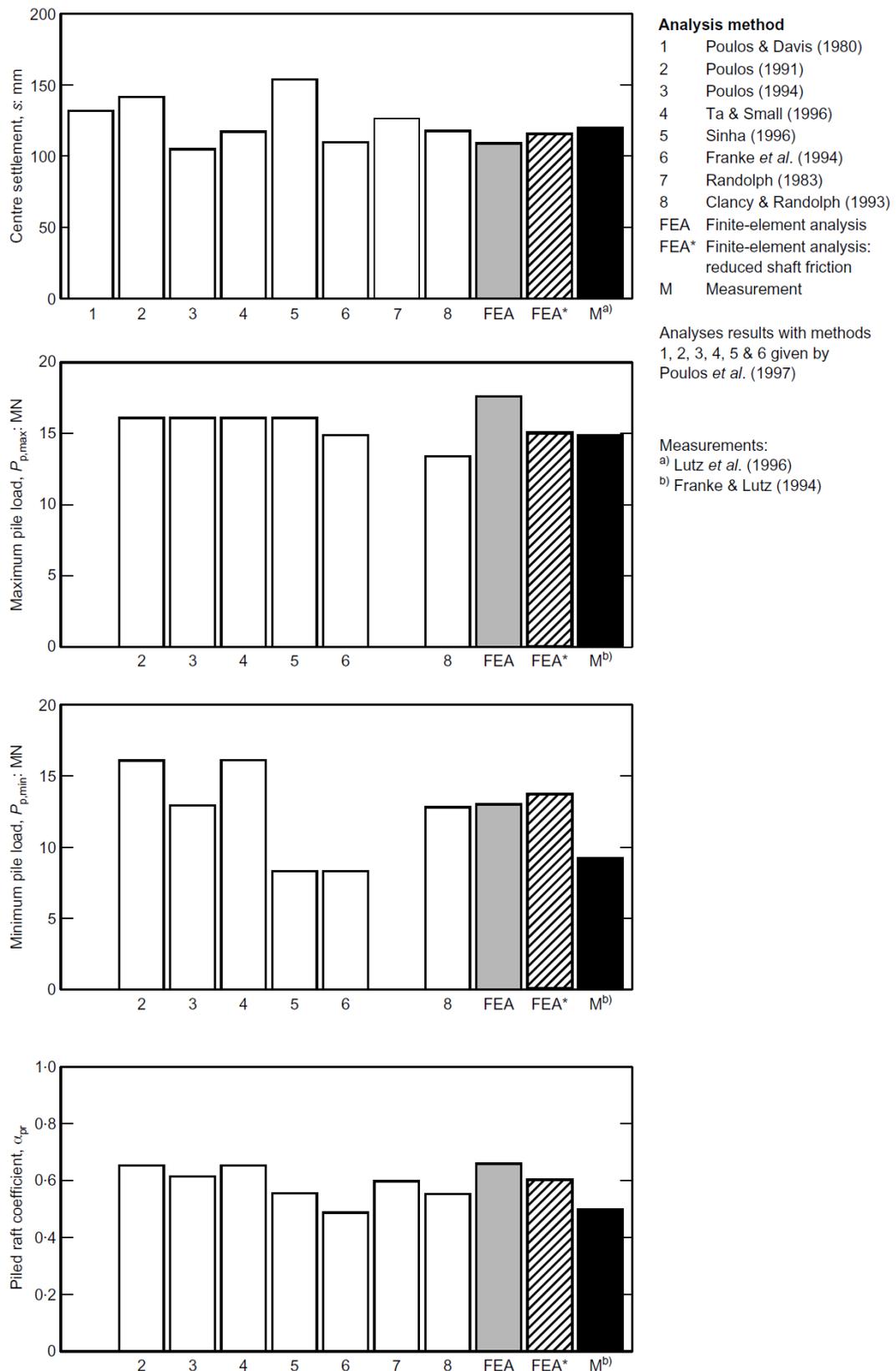


Bild 5-13 Vergleich verschiedener Methoden und Messungen (Reul and Randolph (2003))

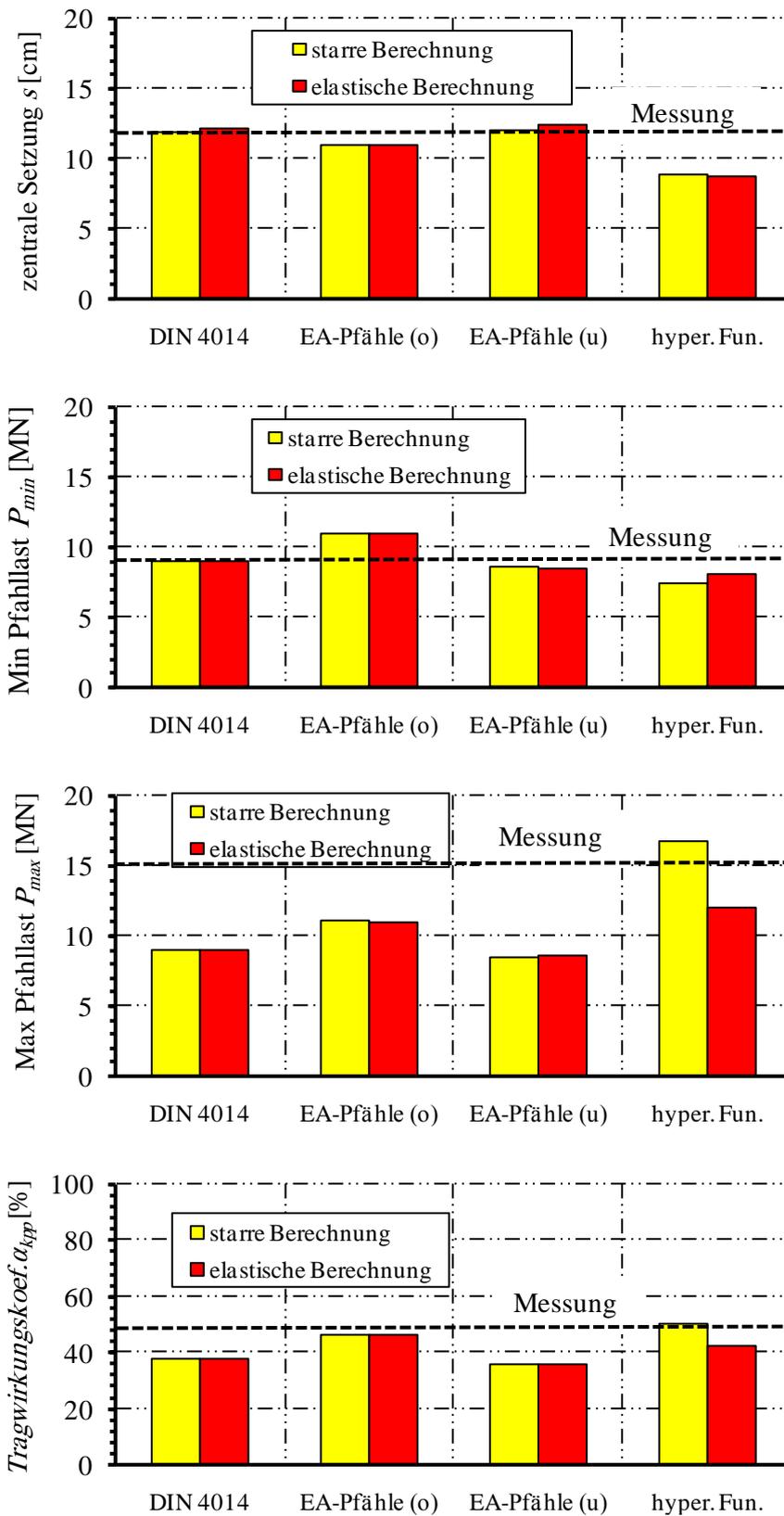


Bild 5-14 Ergebnisse aus Messungen und *ELPLA*

5.10 References

- [1] *Abate, S.* (2009): Analysis and Parametric Study of Piled Raft Foundation Using Finite Element Based Software.
Msc thesis, Addis Ababa University.
- [2] *Amann, P./ Breth, H./ Stroh, D.* (1975): Verformungsverhalten des Baugrundes beim Baugrubenaushub und anschließendem Hochhausbau am Beispiel des Frankfurter Ton
Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 15.
- [3] *Cecilia, B.* (2015): Serviceability and safety in the design of rigid inclusions and combined pile-raft foundations.
PhD thesis, Technical University Darmstadt.
- [4] *Clancy, P. & Randolph, M.* (1993): An approximate analysis procedure for piled raft foundations.
Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech. 17, 849–869.
- [5] *Chaudhary, K.* (2010): Reconsiders for soil-structure interaction problems with significant material stiffness contrast.
PhD thesis, National University of Singapore.
- [6] DIN 4014: Bohrpfähle Herstellung, Bemessung und Tragverhalten
Ausgabe März 1990
- [7] *EA-Pfähle* (2007): Empfehlungen des Arbeitskreises "Pfähle" EA-Pfähle; Arbeitskreis Pfähle (AK 2,1) der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V., 1. Auflage, Ernst & Sohn, Berlin.
- [8] *Franke, E., Lutz, B. & El-Mossallamy, Y.* (1994): Measurements and numerical modelling of high rise building foundations on Frankfurt Clay. Proceedings of a conference on vertical and horizontal deformations of foundations and embankments.
ASCE Geotechnical Special Publication No. 40, Vol. 2, pp. 1325–1336.
- [9] *Franke, E., Lutz, B.* (1994): Pfahl-Platten-Gründungs-Messungen..
Report for the German Research Council (DFG) No. Fr60-1/11.
- [10] *El Gendy, M./ Hanisch, J./ Kany, M.* (2006): Empirische nichtlineare Berechnung von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen
Bautechnik 9/06
- [11] *El Gendy, M.* (2007): Formulation of a composed coefficient technique for analyzing large piled raft.
Scientific Bulletin, Faculty of Engineering, Ain Shams University, Cairo, Egypt. Vol. 42, No. 1, March 2007, pp. 29-56
- [12] *El Gendy, M./ El Gendy, A.* (2018): Analysis of raft and piled raft by Program *ELPLA* GEOTEC Software Inc., Calgary AB, Canada.
- [13] *Lutz, B. / Wittmann, P. / El Mossallamy, Y./ Katzenbach, R.* (1996): Die Anwendung von Pfahl-Plattengründungen: Entwurfspraxis, Dimensionierung und Erfahrungen mit Gründungen in überkonsolidierten Tonen auf der Grundlage von Messungen.
Vorträge der Baugrundtagung 1996 in Berlin, pp. 153–164. Essen: DGGT.
- [14] *Poulos, H./ Davis, E.* (1980): Pile Foundation Analysis and Design
John Wiley & Sons, Inc.
- [15] *Poulos, H.* (1991): Analysis of piled strip foundations.
Proceedings of the conference on computer methods and advances in geomechanics. pp. 183–191, Rotterdam: Balkema.

- [16] *Poulos, H.* (1994): An approximate numerical analysis of pile–raft interaction. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 18, 73–92.
- [17] *Poulos, H. G., Small, J. C., Ta, L. D., Sinha, J. & Chen, L.* (1997): Comparison of some methods for analysis of piled rafts.. *Proc. 14th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engng, Hamburg 2*, 1119-1124.
- [18] *Poulos, H.* (2001): Piled raft foundations: design and applications. *Géotechnique* 51, No. 2, 95-113
- [19] *Randolph, M.* (1983): Design of piled raft foundations. *Proceedings of the international symposium on recent developments in laboratory and field tests and analysis of geotechnical problems, Bangkok*, pp. 525–537.
- [20] *Reul, O./ Randolph, M.* (2003): Piled rafts in overconsolidated clay: comparison of in situ measurements and numerical analyses *Géotechnique* 53, No. 3, 301-315
- [21] *Russo, G.* (1998): Numerical analysis of piled raft *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 22, 477-493
- [22] *Small, J.* (2002): Soil-Structure interaction. *Australian Geomechanics Journal*.
- [23] *Sommer, H./ Katzenbach, R.* (1990): Last-Verformungsverhalten des Messeturmes Frankfurt/ Main *Vorträge der Baugrundtagung 1990 in Karlsruhe*, Seite 371-380
- [24] *Sinha, J.* (1996): Piled raft foundations subjected to swelling and shrinking soils. *PhD thesis, University of Sydney, Australia*.
- [25] *Ta, L./ Small, J.* (1996): Analysis of piled raft systems in layered soils. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 20, 57–72.

Untersuchungsfall 6

**Pfahl-Plattengründung
des *Skyper* in Frankfurt**

Inhalt

Seite

6	Untersuchungsfall 5: Pfahl-Plattengründung des <i>Skyper</i> in Frankfurt.....	3
6.1	Allgemeines	3
6.2	Berechnungsverfahren der Kombinierten Pfahl-Plattengründung.....	5
6.3	FE-Net.....	6
6.4	Lastdaten	6
6.5	Pfahl- und Plattenmaterial.....	7
6.6	Baugrunddaten	7
6.7	Ergebnisse	10
6.8	Messungen und andere Ergebnisse	10
6.9	Bewertung	10
6.10	References.....	15

6 Untersuchungsfall 5: Pfahl-Plattengründung des *Skyper* in Frankfurt

6.1 Allgemeines

Skyper hat eine Höhe von 154 [m] und steht auf einer Pfahl-Plattengründung. Das Hochhaus liegt in der Stadt Frankfurt, Deutschland. Es wurde 2004 fertiggestellt, Bild 6-1. Das Hochhaus war bis 2004 eines der drei höchsten Hochhäuser in Frankfurt und auch in Deutschland.

Das Gebäude hat einen Keller mit drei Untergeschossen und 38 Stockwerken mit einem durchschnittlichen geschätzten angewandten Druck von 426 [kN/m²]. Das Gebäude wurde auf einer unregelmäßigen Fundamentplatte mit einer Fläche von 1900 [m²]. Es wurde auf einem typischen Frankfurter Ton in einer Tiefe von 13.4 [m] unter der Gelände gegründet. Die Platte hat eine konstante Dicke von 3.5 [m]. Gestützt wird sie durch 46 Bohrpfähle mit einem Durchmesser von je $D = 1.3$ [m]. Auf zwei Ringen unter der Kernstruktur des Überbaus sind die Pfähle angeordnet. Die Länge der 20 Außenpfähle beträgt 31 [m], während die Länge der 26 Innenpfähle 35 [m] beträgt.

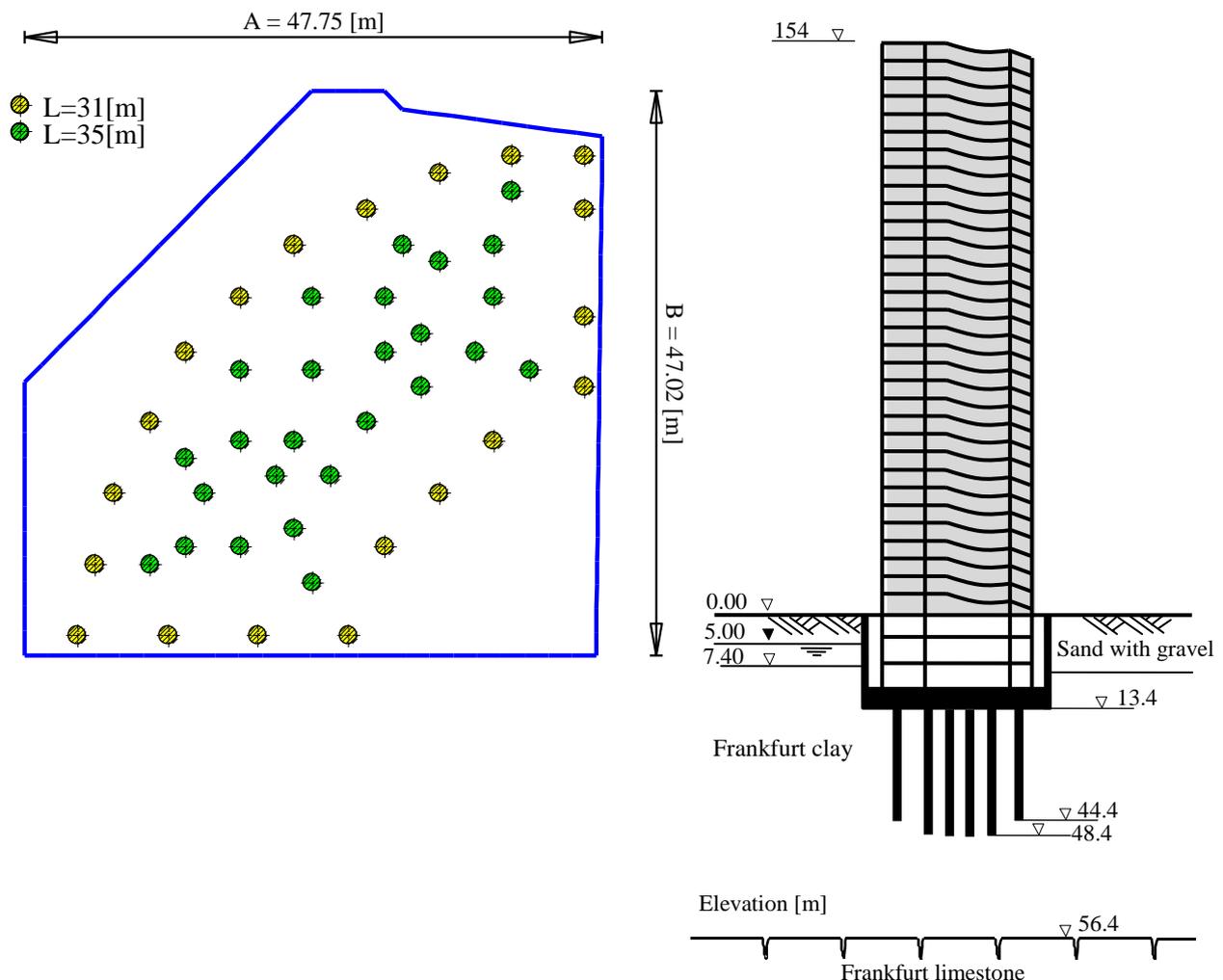
Seit der *Skyper* gebaut wurde, haben viele Autoren sein Verhalten untersucht. Umfangreiche Untersuchungen zu verschiedenen Berechnungsmethoden wurden von *Saglam* (2003), *El-Mossallamy et al.* (2009), *Sales et al.* (2010), *Richter and Lutz* (2010), *Vrettos, C.* (2012), *Bohn* (2015) durchgeführt.

Pfahl-Plattengründung des *Skyper*



Bild 6-1 *Skyper* nach <https://en.phorio.com/file/703520609/>

Bild 6-2 zeigt die Abbildung des *Skyper* mit der Pfahlplatte.

Bild 6-2 Abbildung des *Skyper* mit der Pfahlplatte

6.2 Berechnungsverfahren der Kombinierten Pfahl-Plattengründung

Um die Berechnungsverfahren der Kombinierten Pfahl-Plattengründung hinsichtlich ihrer Qualität abzuschätzen, werden insgesamt 4 nichtlineare Berechnungen mit *ELPLA* durchgeführt wie folgt, *El Gendy et al.* (2006) and *El Gendy* (2007):

- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung einer hyperbolischen Funktion für Last-Setzungskurve des Pfahles
- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung der DIN 4014 für Last-Setzungskurve des Pfahles
- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung der EA-Pfähle (untere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles
- Nichtlineare Berechnung mit Verwendung der EA-Pfähle (obere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

Das Fundamentsystem wird als starre und elastische Pfahl-Plattengründungen berechnet. In diesem Fall wird die Platte als entweder starre oder elastische Platte betrachtet, die auf gleichen starren Pfählen abgestützt ist.

Eine Reihe von Vergleichen wird durchgeführt, um die nichtlinearen Berechnungen der Pfahl-Plattengründungen für Last-Setzungsbeziehungen von Pfählen zu bewerten. Darin werden die Ergebnisse anderer numerischer Methoden und Messungen mit denen von *ELPLA* verglichen.

6.3 FE-Net

Die Platte wird in dreieckige Elemente mit einer Maximallänge von 2.0 [m] unterteilt, wie im Bild 6-3 gezeigt. Ebenso werden die Pfähle in Elemente mit 2.0 [m] Maximallänge unterteilt.

6.4 Lastdaten

Die gesamte effektive vertikale Last (ausschließlich Eigengewicht von Platte und Pfählen) auf der Gründungsplatte beträgt $N=810$ [MN], wobei der Auftrieb auf der Platte $P_w=160$ [kN/m²] beträgt. Die Last wird als Flächenlast von 510 [kN/m²] auf der gesamten Platte angesetzt.

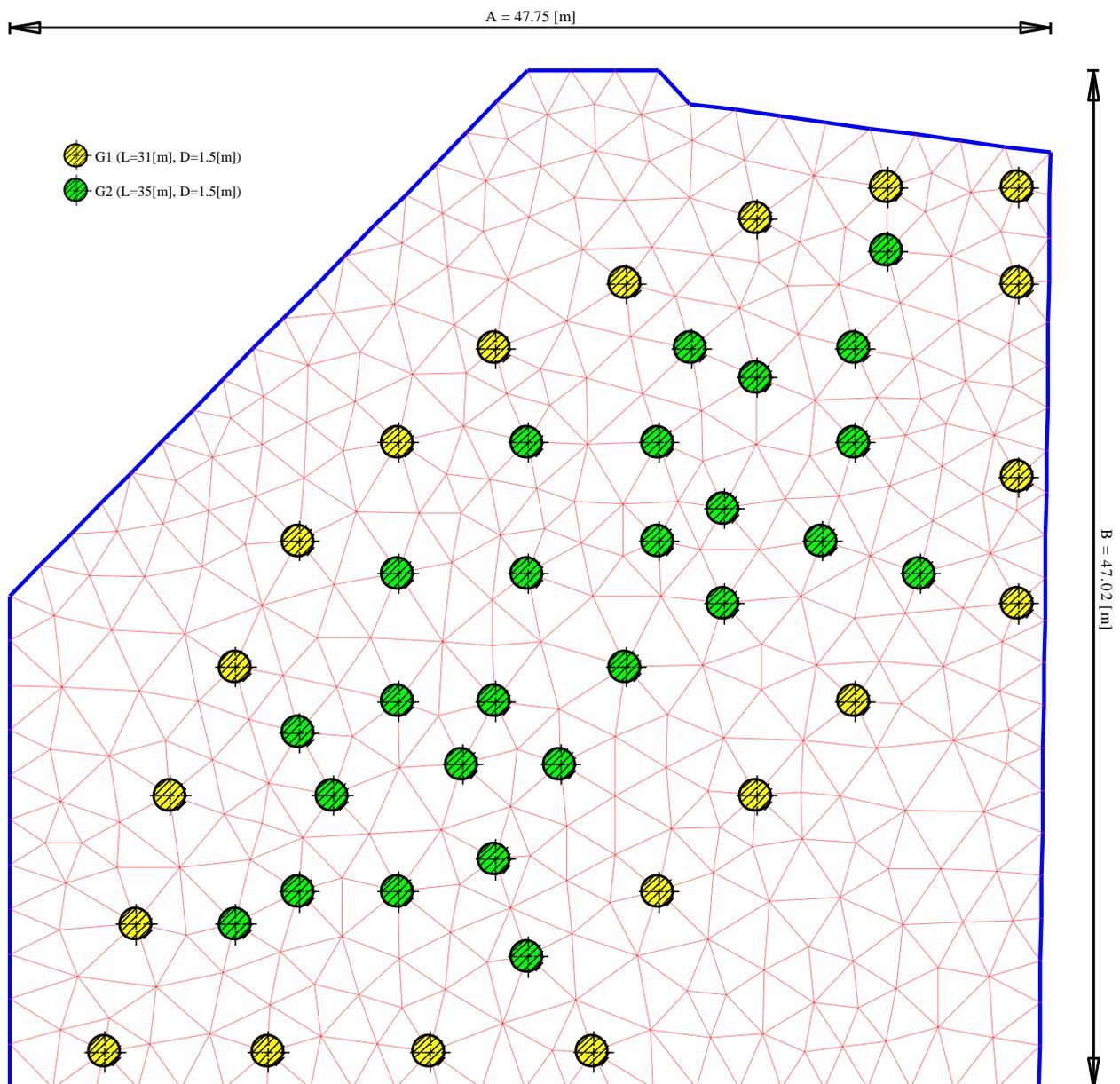


Bild 6-3 Netz der Pfahlplatte des *Skyper* mit Pfählen

6.5 Pfahl- und Plattenmaterial

Die Dicke der Platte wird mit 3.5 [m] angesetzt. Die Pfähle sind mit dem entsprechenden Durchmesser 1.5 [m] und den Längen 31 [m] und 35 [m] in der Berechnung berücksichtigt. Als Pfahl- und Plattenmaterial wurden folgende Werte angesetzt:

Als Plattenmaterial wurden folgende Werte angesetzt:

Elastizitätsmodul	$E_b = 34\,000$	[MN/m ²]
Poissonzahl	$\nu_p = 0.25$	[-]
Wichte	$\gamma_b = 0$	[kN/m ³]

Als Pfahlmaterial wurden folgende Werte angesetzt:

Für die Pfähle gilt:

Elastizitätsmodul	$E_b = 22\,000$	[MN/m ²]
Wichte	$\gamma_b = 0$	[kN/m ³]

6.6 Baugrunddaten

Die Platte wurde auf einem typischen Frankfurter Ton in einer Tiefe von 13.4 [m] unter der Gelände gegründet. Der Untergrund am Standort des Gebäudes besteht aus Kiesen und Sanden bis in 7.4 [m] unter Gelände. Darunter liegen Schichten des Frankfurter Tons bis eine Tiefe von 56.4 [m] unter Gelände erweitert. Nach dieser Tiefe steht Kalkstein an, der für die vorliegenden Verhältnisse als praktisch unzusammendrückbar und damit als Begrenzung der Setzungseinflusstiefe angesehen werden kann. Die Eigenschaften des Bodens in der numerischen Berechnung können wie folgt beschrieben werden:

Steifemodul

Der Elastizitätsmodul der Sand-/ Kiesschicht unter der Platte nach *Reul/ Randolph* (2003) ist $E = 75000$ [kN/m²]. Der Elastizitätsmodul für Wiederbelastung wurde mit $W = 3 E$ angesetzt. Laut *Amann et al.* (1975) auf Grundlage von früheren Berechnungen wird die Verteilung des Steifemoduls für die Erstbelastung des Frankfurter Tons mit der Tiefe durch folgende empirische Formel ermittelt:

$$E_s = E_{so} (1 + 0.35 z) \quad (6.1)$$

während für die Wiederbelastung gilt:

$$W_s = 70 \text{ [MN/m}^2\text{]} \quad (6.2)$$

wobei:

E_s	Steifemodul für Erstbelastung [MN/m ²]
E_{so}	Anfangssteifemodul $E_{so} = 7$ [MN/m ²]
z	Tiefe ab Oberkante Ton [m]
W_s	Steifemodul für Wiederbelastung [MN/m ²]

Undrained Kohäsion

Nach *Sommer/ Katzenbach* (1990) steigt mit der Tiefe die undrained Kohäsion c_u des Frankfurter Tons von $c_u = 100$ [kN/m²] bis $c_u = 400$ [kN/m²] in 70 [m] Tiefe ab Oberkante Ton.

Für die Berechnung mit Verwendung der DIN 4014 und der EA-Pfähle für Last-Setzungskurve des Pfahles wird die mittlere undrännierte Kohäsion von $c_u = 200$ [kN/m²] angenommen.

Poissonzahl

Die *Poissonzahl* des Kieses und des Sandes wird mit $\nu_s = 0.25$ [-] angesetzt.

Grenzpfalllast

Russo (1998) schlug eine Grenzmantelreibung bei der Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion nicht weniger als $\tau = 180$ [kN/m²] vor, die einer undrännierten Kohäsion von $c_u = 200$ [kN/m²] entspricht. Um die Berechnung mit einer hyperbolischen Funktion durchzuführen, wird eine Grenzmantelreibung von $\tau = 180$ [kN/m²] berücksichtigt. Somit ergeben sich folgende Grenzpfalllasten:

für die Pfähle mit der Länge = 31 [m]

$$Q_{l1} = \tau * \pi * D * l = 180 * \pi * 1.5 * 31 = 26295 \text{ [kN]} = 26 \text{ [MN]} \quad (6.3)$$

für die Pfähle mit der Länge = 35 [m]

$$Q_{l2} = \tau * \pi * D * l = 180 * \pi * 1.5 * 35 = 29688 \text{ [kN]} = 30 \text{ [MN]} \quad (6.4)$$

wobei:

- Q_l Grenzpfalllast, [MN]
- τ Grenzmantelreibung, $\tau = 180$ [kN/m²]
- D Pfahldurchmesser, [m]
- l Pfahl länge, [m]

Die Grenzpfalllast Q_l ist ein geometrischer Parameter der hyperbolischen Beziehung. In einigen Fällen ist der Wert von Q_l von der tatsächlichen Tragfähigkeitpfahllast unterschiedlich. $Q_l = 1.5$ bis $2 Q_u$, wobei Q_u die Tragfähigkeitpfahllast ist.

Grundwasser

Die Grundwassertiefe liegt bei 5 [m] unter Gelände.

Bodenkennwerte

Der Baugrund setzt sich entsprechend Bild 6-4 aus 12 Schichten zusammen, welche hauptsächlich aus Frankfurter Ton bestehen. Die gesamte Tiefe beträgt $H = 108$ [m] unter Gelände. Bild 6-4 zeigt die Bodenkennwerte für die 12 Schichten.

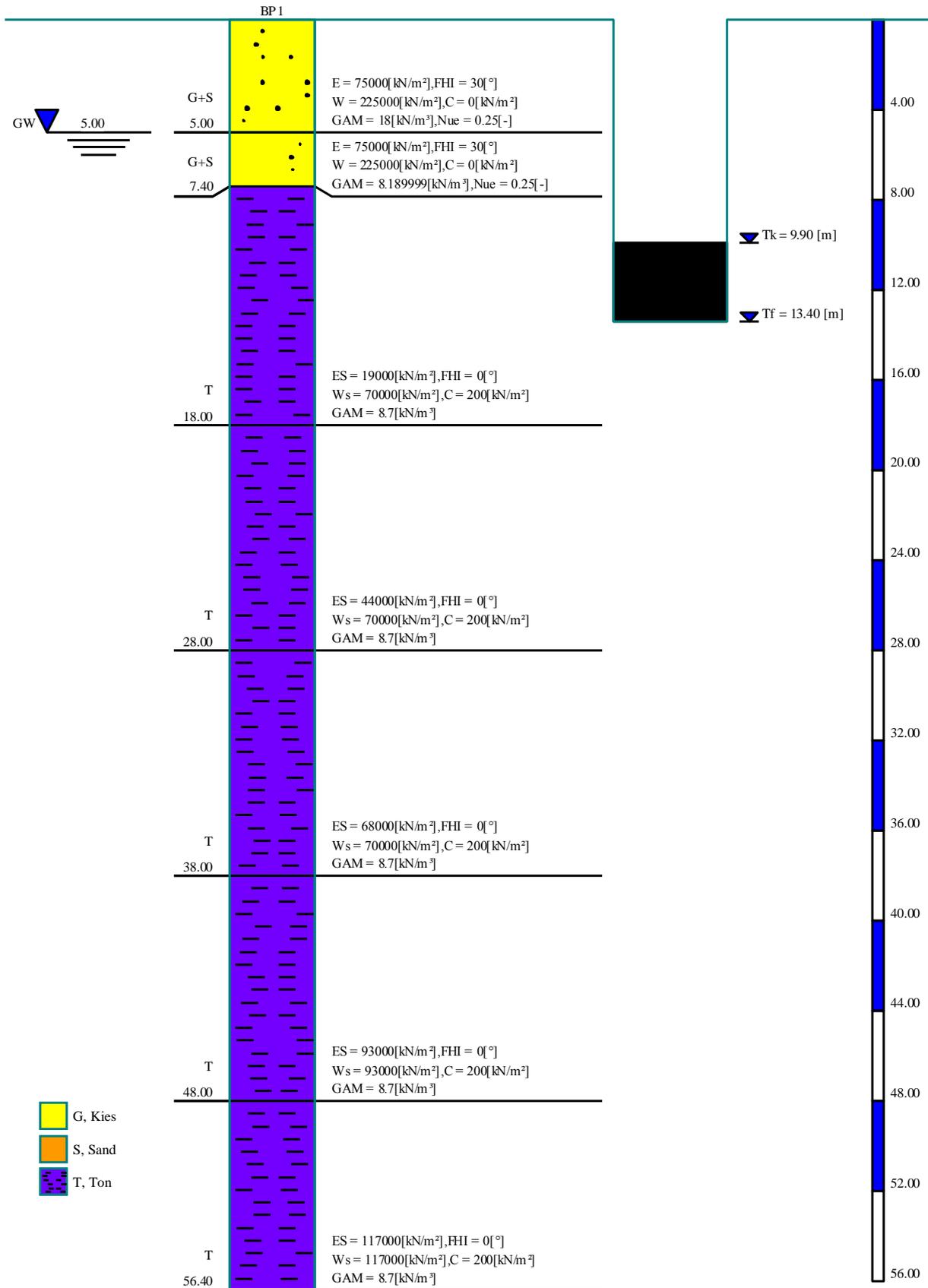


Bild 6-4 Darstellung des Bohrprofils

6.7 Ergebnisse

Als Beispiele für die Ergebnisse verschiedener Berechnungen bei *ELPLA*, zeigen Bild 6-5 und Bild 6-6 die Setzungen als Isolinien für die starre Pfahlplatte und auch für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle für Last-Setzungskurve des Pfahles (obere Tabellenwerte). Pfahllasten als Kreisdiagramme für die starre Pfahlplatte und auch für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle für Last-Setzungskurve des Pfahles (obere Tabellenwerte) sind im Bild 6-7 und Bild 6-8 abgebildet.

6.8 Messungen und andere Ergebnisse

Der Bau des *Skyper* begann im Jahr 2003 und wurde fertig im Jahr 2004. Nach *Richter and Lutz* (2010) liegen die berechneten mittleren Setzungen in einer Bandbreite von rd. 5 bis 7.5 [cm]. *El-Mossallamy et al.* (2009) wurde der Tragwirkungskoeffizient der Pfahl-Plattengründung überwiegend im Bereich $\alpha_{kpp} = 60\%$ bis 85% ermittelt. Nach *Lutz et.al.* (2006) liegt mit $\alpha_{kpp} \approx 0,6$ unterhalb dieser Bandbreite. Dementsprechend betragen die mittleren Pfahlkräfte rd. 12 bis 14 bzw. 10 bis 11 [MN].

Zum Vergleich zeigt Tabelle 6-1 die anderen Ergebnisse für die anderen Berechnungen, die von *Richter and Lutz* (2010) vorgestellten. Auf Basis Setzungsmessungen 4 Jahre nach Bauende sollen die maximalen Setzungen im Bereich des Hochhauses bei ca. 5 bis 5.5 [cm] liegen. Mit der dreidimensionalen Finiten Element-Methode wurde nach *Richter and Lutz* (2010) eine Setzung von 6.3 [cm] berechnet.

6.9 Bewertung

Die Ergebnisse der Setzungen, Tragwirkungskoeffizienten der Pfahl-Plattengründung α_{kp} und minimale und maximale Pfahllasten, die von *ELPLA* erhalten wurden, werden mit den erwarteten Ergebnissen im Bild 6-9 verglichen.

Aus Bild 6-9 kann geschlossen werden, dass die Ergebnisse, die aus verschiedenen in *ELPLA* verfügbaren Berechnungen erhalten werden, eine schnelle und akzeptable Schätzung für die Setzung, den Tragwirkungskoeffizient der Pfahl-Plattengründung und Pfahllasten, liefern können.

Dieser Untersuchungsfall zeigt auch, dass die in *ELPLA* verfügbaren Berechnungsverfahren zur Berechnung großer Plattenprobleme geeignet sind. Weil sie im Vergleich zu anderen komplizierten Modellen der dreidimensionalen Finiten Element-Methode weniger Rechenzeit benötigen.

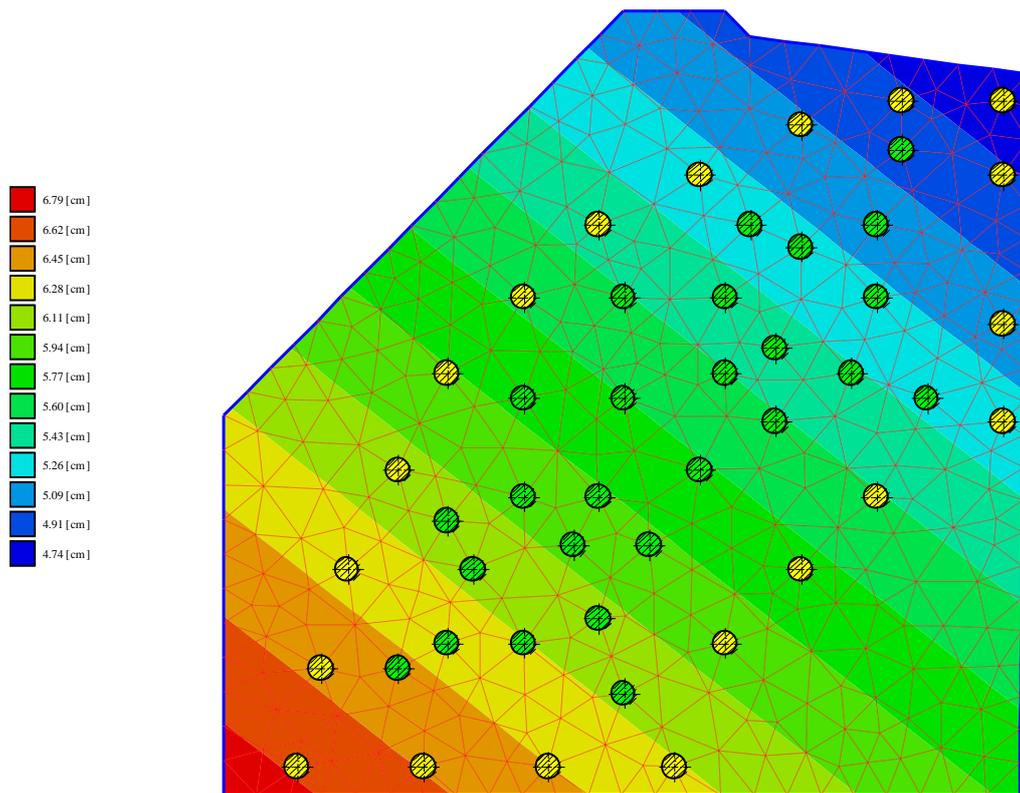


Bild 6-5 Settlement für die starre Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle (obere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

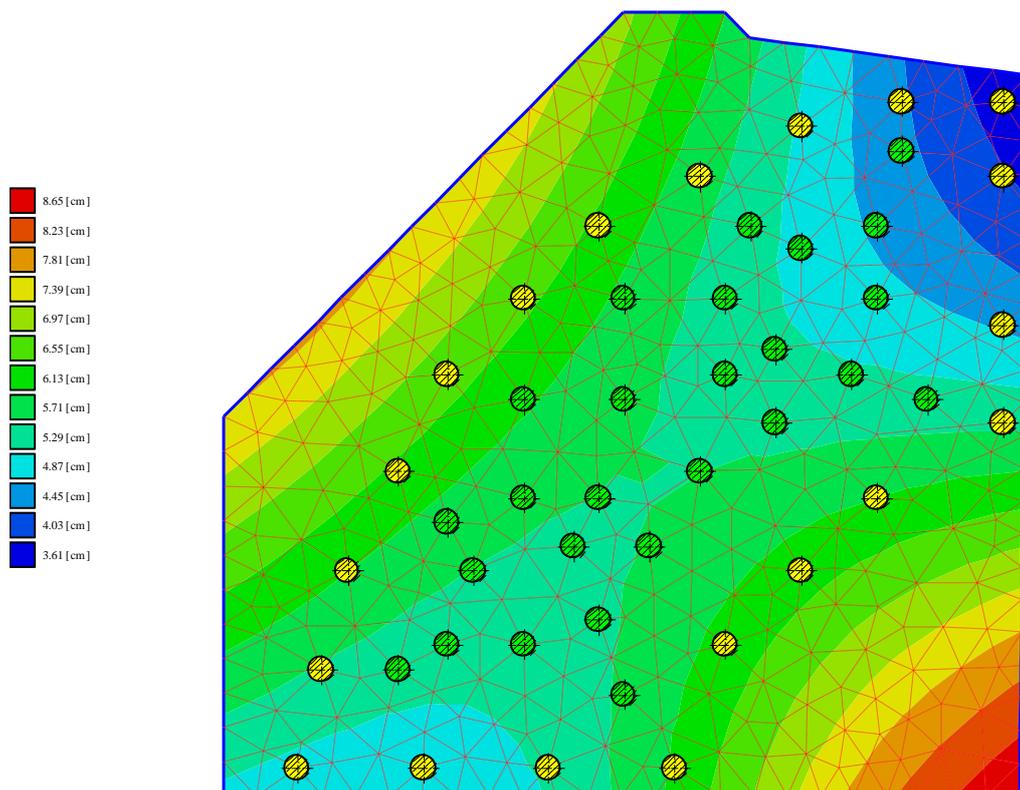


Bild 6-6 Settlement für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle (obere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

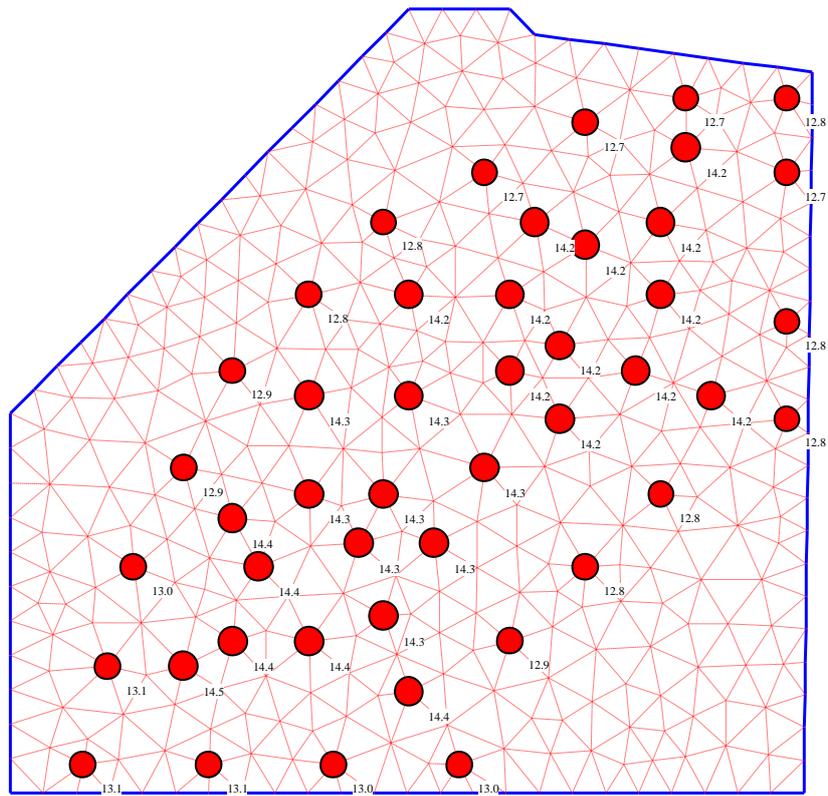


Bild 6-7 Pfahllasten [MN] für die starre Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle (obere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

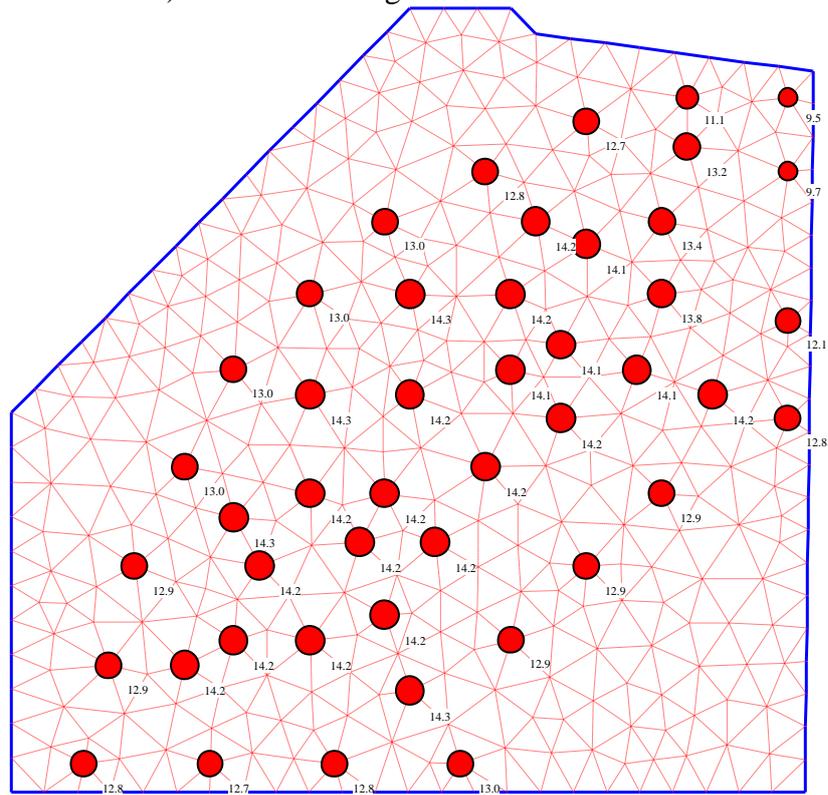


Bild 6-8 Pfahllasten [MN] für die elastische Pfahlplatte mit Verwendung der EA-Pfähle (obere Tabellenwerte) für Last-Setzungskurve des Pfahles

Tabelle 6-1 Übersicht der Berechnungsergebnisse aus Berechnungen mit Baugrundmodellen auf der Grundlage der Elastizitätstheorie nach *Richter* and *Lutz* (2010)

Verfahren		BEM	FEM	Elast.-Halb- raummodelle	Messung
Mittlere Setzung	S_{kpp} [cm]	4.8	6.3	5.0-7.3 (9.5)	
Maximale Setzung	S_{max} [cm]	6.0	7.5	-	5.5
Tragwirkungskoeffizienten	α_{kpp} [%]	71	82	59-79	
Bettungsmodul	k_s [MN/m ³]	rd. 2.0		1.6-2.8	
Mittlere Pfahlkraft	Q_p [MN]	12.5	14.3	10.3-13.9	
Minimale Pfahlkraft	$Q_{p,min}$ [MN]	9.9	11.6	8.5-10.1	
Maximale Pfahlkraft	$Q_{p,max}$ [MN]	16.1	17.6	13.8-20.5	
Mittlere Pfahlfedersteifigkeit	k_p [MN/m]	261	301	125-280	

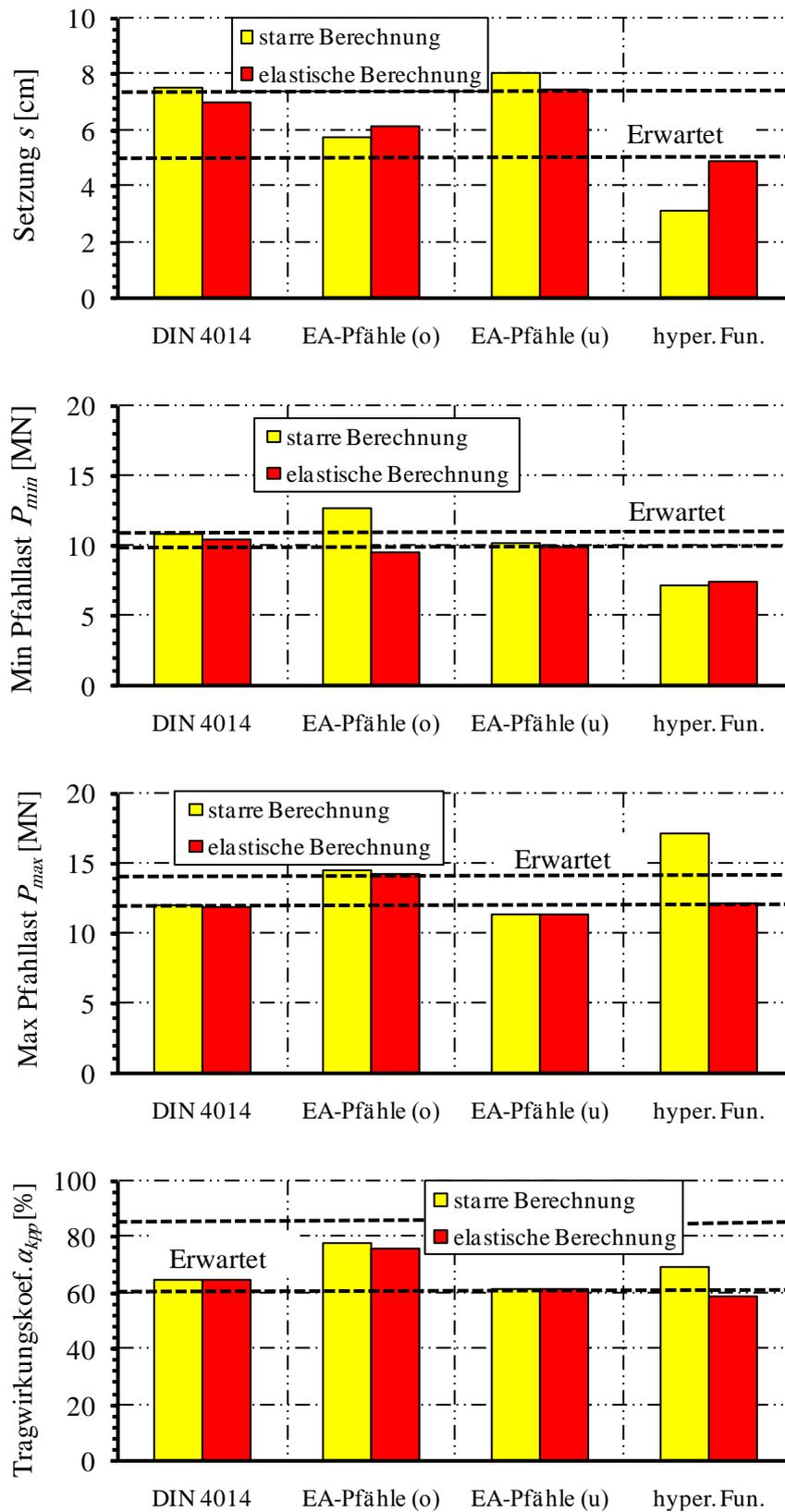


Bild 6-9 Ergebnisse aus Messungen und *ELPLA*

6.10 References

- [1] *Amann, P./ Breth, H./ Stroh, D.* (1975): Verformungsverhalten des Baugrundes beim Baugrubenaushub und anschließendem Hochhausbau am Beispiel des Frankfurter Ton
Mitteilungen der Versuchsanstalt für Bodenmechanik und Grundbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 15
- [2] *Bohn, C.* (2015): Serviceability and safety in the design of rigid inclusions and combined pile-raft foundations. PhD thesis, Technical University Darmstadt.
- [3] DIN 4014: Bohrpfähle Herstellung, Bemessung und Tragverhalten
Ausgabe März 1990
- [4] *EA-Pfähle* (2007): Empfehlungen des Arbeitskreises "Pfähle" EA-Pfähle; Arbeitskreis Pfähle (AK 2,1) der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V., 1. Auflage, Ernst & Sohn, Berlin.
- [5] *Lutz, B., El-Mossallamy, Y., Richter, Th.* (2006): Ein einfaches für die Handrechnung geeignetes Berechnungsverfahren zur Abschätzung des globalen Last-Setzungsverhaltens von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen.
Bauingenieur 81 (2006), 61–66.
- [6] *El Gendy, M./ Hanisch, J./ Kany, M.* (2006): Empirische nichtlineare Berechnung von Kombinierten Pfahl-Plattengründungen
Bautechnik 9/06
- [7] *El Gendy, M.* (2007): Formulation of a composed coefficient technique for analyzing large piled raft.
Scientific Bulletin, Faculty of Engineering, Ain Shams University, Cairo, Egypt. Vol. 42, No. 1, March 2007, pp. 29-56
- [8] *El Gendy, M./ El Gendy, A.* (2018): Analysis of raft and piled raft by Program *ELPLA* GEOTEC Software Inc., Calgary AB, Canada.
- [9] *El-Mossallamy, Y., Lutz, B. and Duerrwang, R.* (2009): Special aspects related to the behavior of piled raft foundation. Proceedings of the 17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, M. Hamza et al. (Eds.).
- [10] *Richter, T and Lutz, B.* (2010): Berechnung einer Kombinierten Pfahl-Plattengründung am Beispiel des Hochhauses „Skyper“ in Frankfurt/Main.
Bautechnik 87 (2010), Heft 4.
- [11] *Russo, G.* (1998): Numerical analysis of piled raft
Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 22, 477-493
- [12] *Sales, M., Small, J. and Poulos, H.* (2010): Compensated piled rafts in clayey soils: behaviour, measurements, and predictions.
Can Geotech. J. 47: 327-345.
- [13] *Saglam, N.* (2003): Settlement of piled rafts: A critical review of the case histories and calculation methods.
M.Sc. thesis, The middle east technical university.
- [14] *Sommer, H./ Katzenbach, R.* (1990): Last-Verformungsverhalten des Messeturmes Frankfurt/ Main
Vorträge der Baugrundtagung 1990 in Karlsruhe, Seite 371-380
- [15] *Vrettos, C.* (2012): Simplified analysis of piled rafts with irregular geometry.
Int. Conf. Testing and Design Methods for Deep Foundations, Kanazawa.