

Beispiel 21: Untersuchung des Einflusses der Lastgeometrie

1 Aufgabenstellung

In diesem Beispiel wird der Einfluss der Lastgeometrie auf die Setzungen und Schnittgrößen anhand der verschiedenen Berechnungsverfahren untersucht. Um die Unterschiede in den Berechnungsverfahren aufzuzeigen, werden von den in der Praxis üblichen 5 verschiedene Verfahren verwendet, wie in der Tabelle 29 gezeigt.

Tabelle 29 Berechnungsverfahren

Verfahren Nr.	Berechnungsverfahren
1	Spannungstrapezverfahren
2	Bettungsmodulverfahren
5	Halbraumverfahren
7	Steifemodulverfahren für die elastische Platte
8	Steifemodulverfahren für die starre Platte

Eine quadratische Platte von 10×10 [m²] Größe wird untersucht. Sie wird in $4 \times 36 = 144$ quadratische Elemente mit jeweils 0.833×0.833 [m²] Fläche unterteilt. Dadurch ergeben sich $13 \times 13 = 169$ Knotenpunkte der Platte mit $13 \times 13 = 169$ Bodenknoten, wie im 0 dargestellt.

2 Bodenkennwerte

Die Plattengründung liegt auf gleichmäßigem Untergrund, der parallel zur Sohlfläche geschichtet ist. Der Untergrund ist eine Schicht von 10 [m] Mächtigkeit, die gleich der Plattenlänge ist. Die Fundamentdicke beträgt $d = 0.4$ [m], 0.

Für die Bodenkennwerte gilt:

Steifemodul	E_s	= 10000	[kN/m ²]
Poissonzahl	ν_s	= 0.20	[-]
Wichte	γ_s	= 18	[kN/m ³]

3 Materialkennwerte des Betons

Für das Plattenmaterial gilt:

Elastizitätsmodul	E_b	= 2×10^7	[kN/m ²]
Poissonzahl	ν_b	= 0.25	[-]
Wichte	γ_b	= 0.0	[kN/m ³]

Das Eigengewicht des Betons wird vernachlässigt.

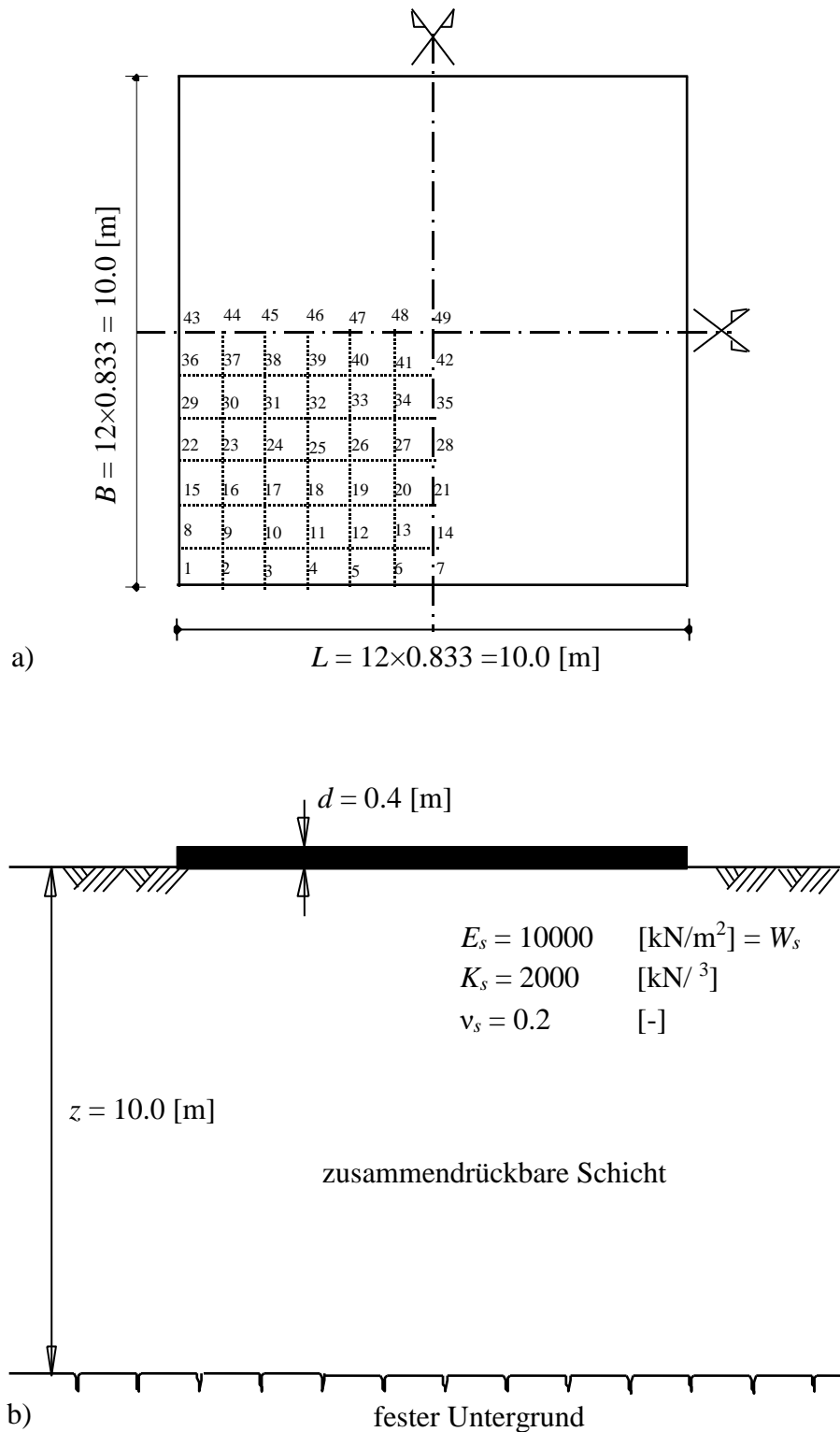


Bild 41

- a) Unterteilung der Platte in Finite Elemente mit Knoten-Nummern
 b) Schichtung des Baugrunds

4 Lasten

Um das Plattenverhalten unter verschiedenen Lastbedingungen zu veranschaulichen, werden 4 verschiedene Konfigurationen der äußeren Lasten gewählt. Jede Lastgruppe ergibt 2000 [kN] Gesamtlast (20 [kN/m²] mittlerer Sohldruck). Alle Lasten sind zweiachsig symmetrisch zu den Plattenachsen angeordnet, 0.

- Lastgeometrie (a): gleichförmige Belastung (Intensität [20 kN/m²])
 (b): 4 symmetrisch verteilte Einzellasten $P = 500$ [kN]
 (c): mittig wirkende Einzellast $P_m = 2000$ [kN]
 (d): 4 an den Ecken wirkende Einzellasten P mit je 500 [kN]

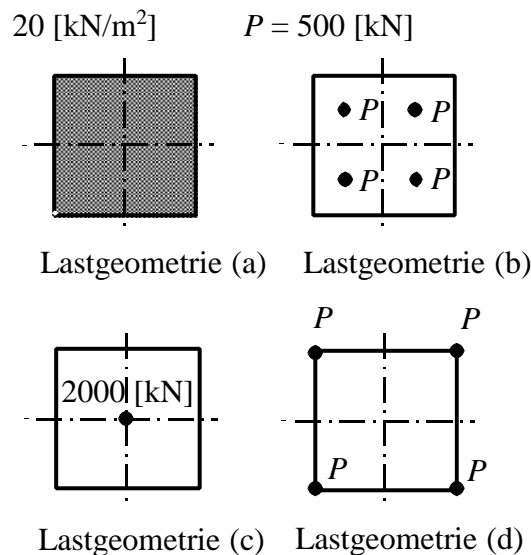


Bild 42 Belastungsanordnung in den Lastfällen (a) bis (d)

5 Lösung der Aufgabe

Bei dem gewählten System ist der Baugrund horizontal geschichtet. Ferner sind sowohl der Grundriss als auch die Lasten symmetrisch angeordnet. Diese zweiachsige Symmetrie der Form und Lastgeometrie bezüglich der x - und y -Achse wird in der Berechnung genutzt, indem nur ein Viertel der Platten Gründung berechnet wird, 0a. Dann hat man nur insgesamt 49 Knotenpunkte, jeder mit 3 unbekanntem Verschiebungen, sodass die Gesamtzahl der Gleichungen sich auf 147 reduziert.

5.1 Untersuchte Querschnitte

In der Auswertung werden zum Vergleich die Unterschiede der Berechnungsverfahren dargestellt. Hierzu werden die Ergebnisse für 4 verschiedene Lastgruppen an drei ausgewählten Abschnitten der Platte untersucht:

Schnitt I - I:	Plattenrand (Knoten 1 - 7)
Schnitt II - II:	Viertelschnitt durch die Platte (Knoten 22 - 28)
Schnitt III - III:	Schnitt in der Mitte der Platte (Knoten 43 - 49)

5.2 Berechnungsverfahren

Die Berechnung wird zuerst nach dem Steifemodulverfahren 7 durchgeführt. Dann wird dieselbe Platte mit denselben Lastdaten nach der Einfachen Annahme 1 und dem Bettungsmodulverfahren 2 berechnet, dann mit dem Halbraumverfahren 5 und dem Steifemodulverfahren 8 für die starre Platte.

5.3 Bettungsmodul

Zum Vergleich zwischen Bettungsmodulverfahren und Steifemodulverfahren wird ein Bettungsmodul angesetzt, mit dem sich nahezu derselbe Wert für die durchschnittliche Setzung ergibt wie beim Verfahren 7 (Steifemodulverfahren). Dieser Wert des Bettungsmoduls (für alle Knoten konstant) ist $k_s = 2000 \text{ [kN/m}^3\text{]}$.

6 Ergebnisse

6.1 Darstellungen

Die Ergebnisse in diesem Beispiel werden in den Bildern 43 bis 52 wiedergegeben, und zwar wie folgt:

- Die Bilder 43 bis 45 zeigen die im Beispiel 21 errechneten Setzungen (Verformungen) der Platte. Hierbei werden die Setzungen im Mittelschnitt (Schnitt III) der Platte dargestellt
- Die Bilder 46 bis 48 zeigen die Sohldruckverteilung am Rand (Schnitt I). Aufgetragen sind jeweils die Ergebnisse für 4 Lastkombinationen
- Die Bilder 49 bis 52 zeigen die Biegemomente in den 3 kritischen Schnitten I, II und III der Sohlplatte, und zwar für die Lastgeometrien (a) bis (d). Für die starre Platte können die Biegemomente nicht berechnet werden

6.2 Tabellen

Ferner werden nachfolgend die Ergebnisse zu diesem Beispiel in Tabellenform wiedergegeben. Die Tabellen 30 und 31 enthalten jeweils für einen der 4 Lastfälle Grenzwerte der Bodenpressungen q_{max} und der Setzungen s_{max} . In den 4 Zeilen dieser Tabellengruppe werden die Ergebnisse der 5 unterschiedlichen Berechnungsverfahren gezeigt, sodass man die Unterschiede gut erkennen kann.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

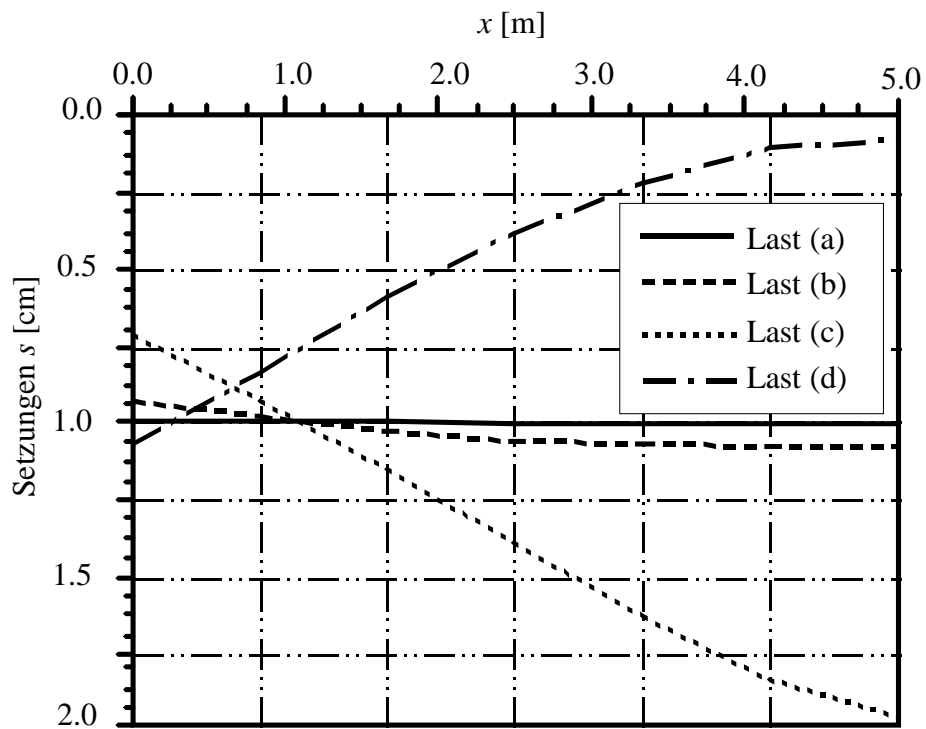


Bild 43 Setzungen s [cm] im Mittelschnitt der Platte (Bettungsmodulverfahren 2)

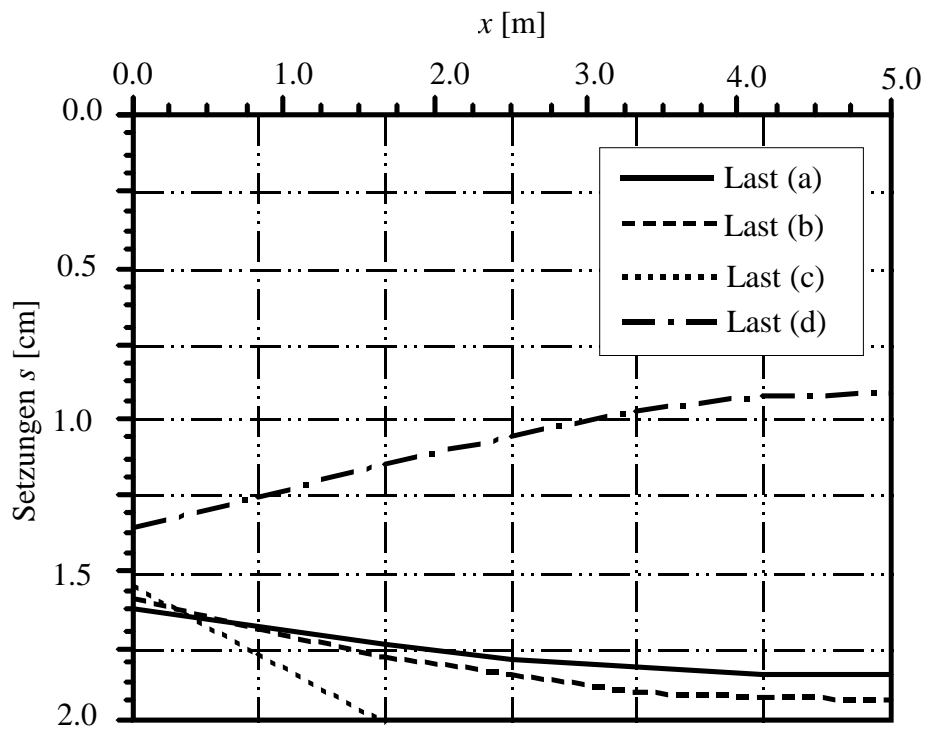


Bild 44 Setzungen s [cm] im Mittelschnitt der Platte (Halbraumverfahren 5)

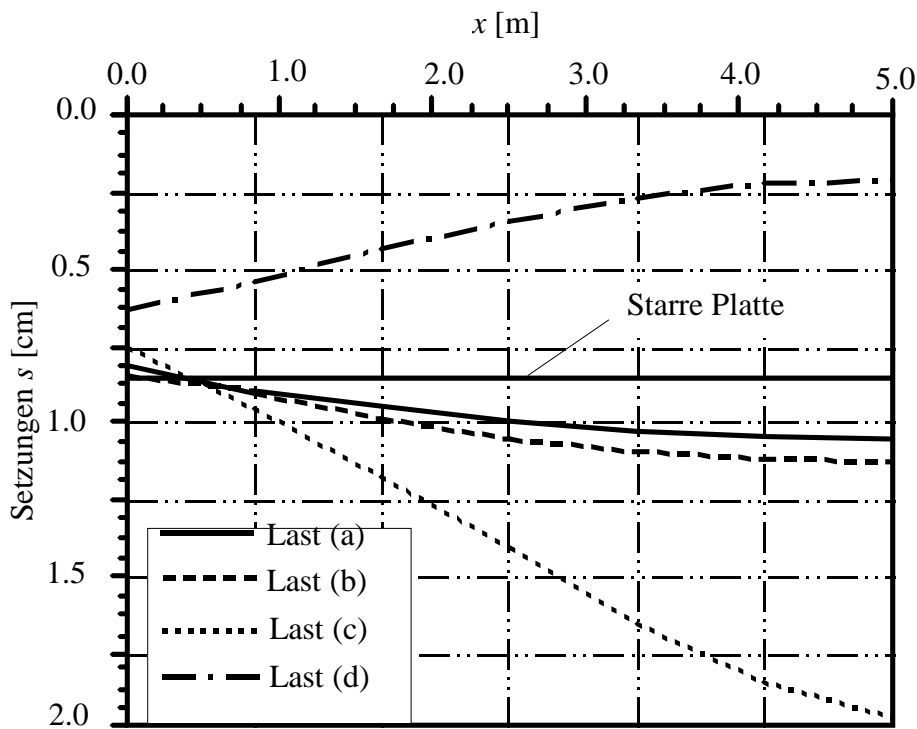


Bild 45 Setzungen s [cm] im Mittelschnitt der Platte (Steifemodulverfahren 7 und Starre Platte 8)

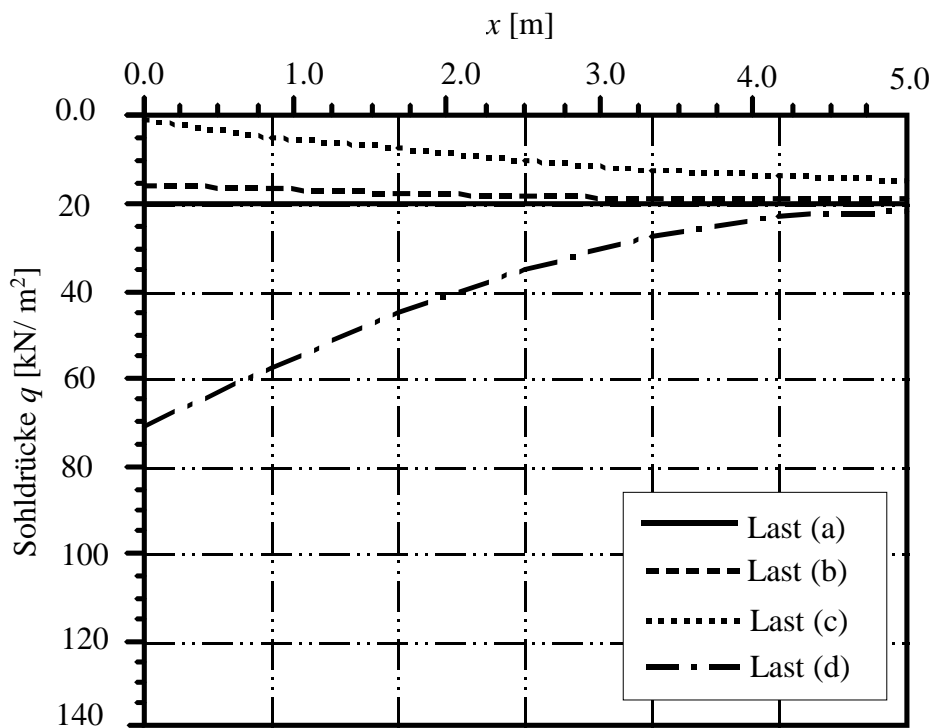


Bild 46 Sohldrücke q [kN/m²] am Rand der Platte (Bettungsmodulverfahren 2)

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

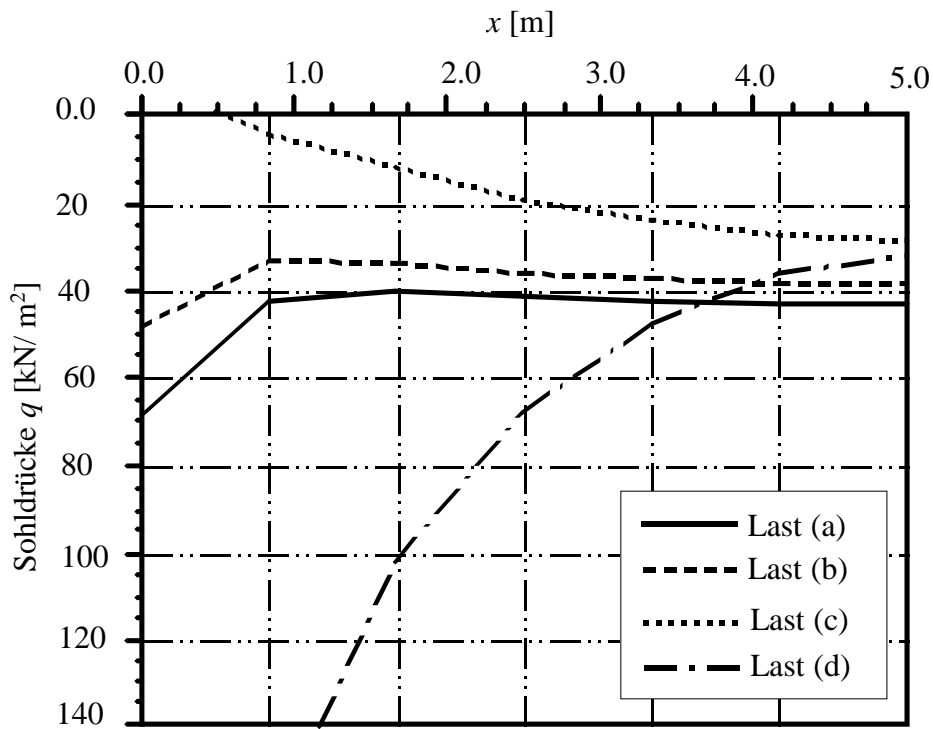


Bild 47 Sohldrücke q [kN/m^2] am Rand der Platte (Halbraumverfahren 5)

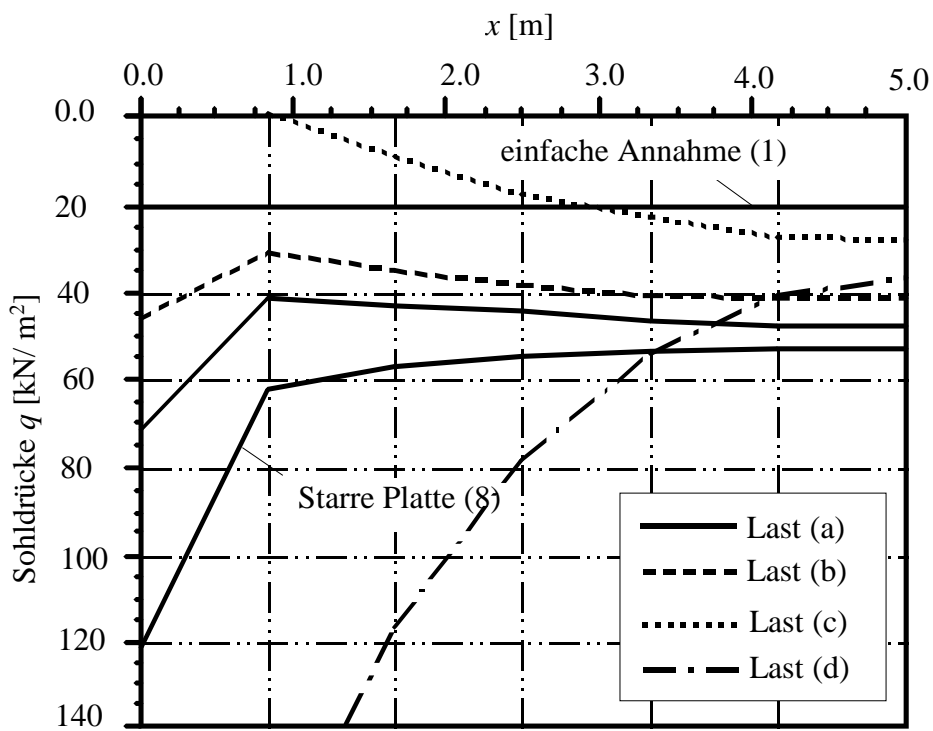


Bild 48 Sohldrücke q [kN/m^2] am Rand der Platte (Einfache Annahme 1, Stifemodulverfahren 7 und Starre Platte 8)

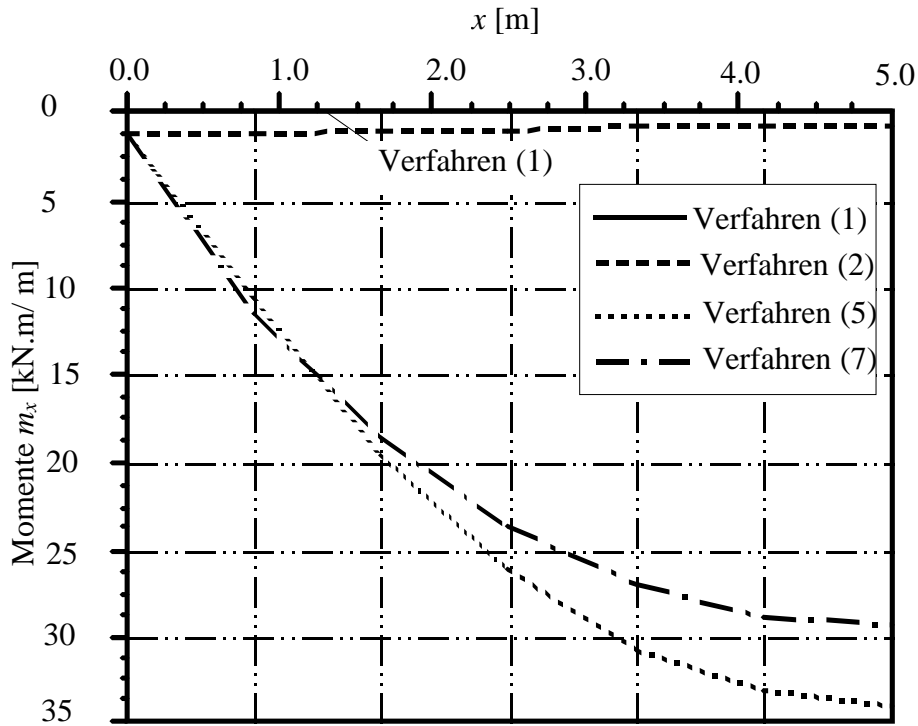


Bild 49 Momente m_x [kN.m/m] im Schnitt III-III bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie a)

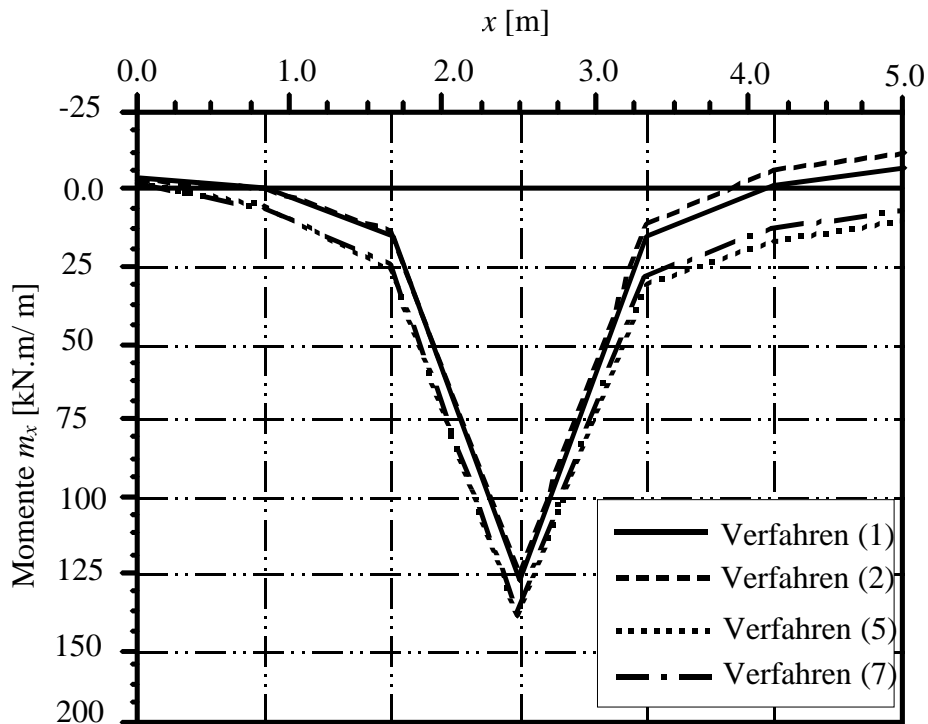


Bild 50 Momente m_x [kN.m/m] im Schnitt II-II bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie b)

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

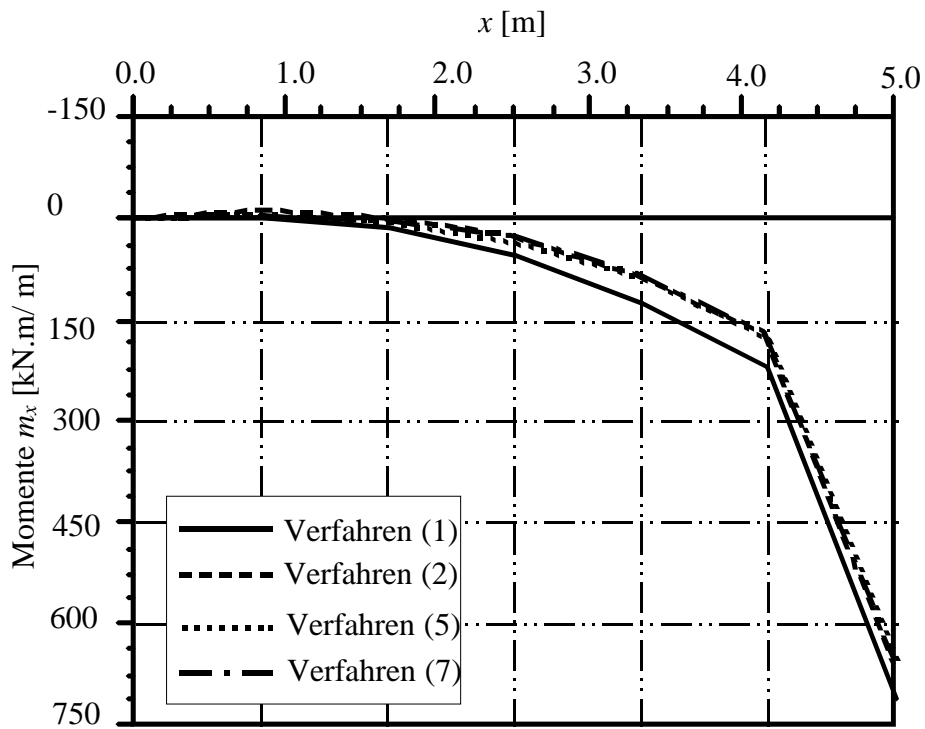


Bild 51 Momente m_x [kN.m/m] im Schnitt III-III bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie c)

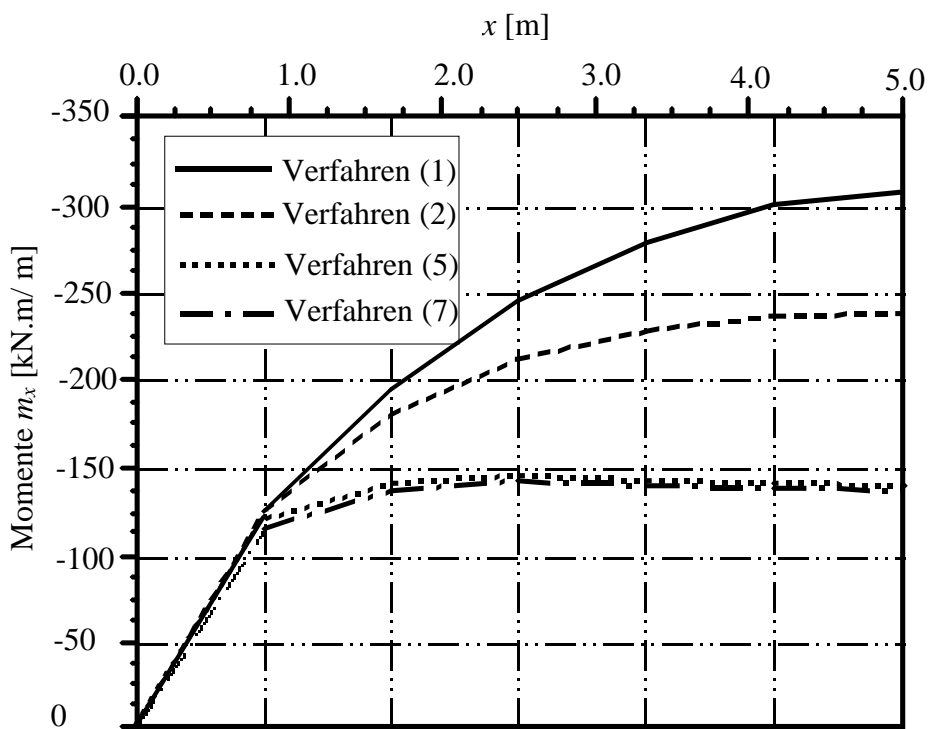


Bild 52 Momente m_x [kN.m/m] im Schnitt I-I bei Anwendung verschiedener Berechnungsverfahren (für Lastgeometrie d)

Tabelle 30 Maximale Setzungen s [cm] an den kritischen Knoten bei Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren 2, 5, 7 und 8

Berechnungsverfahren	Lastgeometrie			
	(a)	(b)	(c)	(d)
Bettungsmodulverfahren 2	1.00 Zentrum	1.08 Zentrum	1.96 Zentrum	3.57 Zentrum
Halbraumverfahren 5	1.86 Zentrum	1.94 Zentrum	2.83 Zentrum	2.97 Zentrum
Steifemodulverfahren 7	1.06 Zentrum	1.12 Zentrum	1.97 Zentrum	2.20 Zentrum
Starre Platte 8	0.85 alle Knoten	0.85 alle Knoten	0.85 alle Knoten	0.85 alle Knoten

Tabelle 31 Maximale Bodenpressungen q [kN/m²] an den kritischen Knoten bei Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren 1, 2, 5, 7 und 8

Berechnungsverfahren	Lastgeometrie			
	(a)	(b)	(c)	(d)
Spannungstrapezverfahren 1	20 alle Knoten	20 alle Knoten	20 alle Knoten	20 alle Knoten
Bettungsmodulverfahren 2	≈20 alle Knoten	22 Zentrum	39 Zentrum	71 Zentrum
Halbraumverfahren 5	68 Zentrum	48 Zentrum	51 Zentrum	360 Zentrum
Steifemodulverfahren 7	71 Zentrum	46 Zentrum	58 Zentrum	442 Zentrum
Starre Platte 8	121 Zentrum	121 Zentrum	121 Zentrum	121 Zentrum

7 Auswertung der Ergebnisse

Die Berechnungen mit den Steifemodulverfahren 5, 7 und 8 der Lastgeometrie (a), gleichförmige Flächenlast, lassen erkennen, dass die Verteilung des Sohldrucks sehr verschieden ist gegenüber den Ergebnissen der einfachen Annahme 1 und beim Bettungsmodulverfahren 2. Es zeigen sich, wie zu erwarten, Minimumswerte an der Plattenachse und Maxima an den Ecken oder Rändern der 3 ausgesuchten Plattenabschnitte. Die Ergebnisse differieren auch von einem Abschnitt zum anderen, während die Verteilung des Kontaktdrucks bei den Verfahren 1 und 2 nahezu übereinstimmt mit der Lastintensität von $20 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ im gesamten Gründungsbereich.

Als weiteres Ergebnis zeigt sich, dass bei den Verfahren 1 und 2 kaum Momente (0) oder Querkräfte auftreten. Bei dieser Art der Belastung gleicht der Verlauf des Kontaktdrucks im Verfahren 1 dem in Verfahren 2.

Beim Steifemodulverfahren liegt das Biegemoment der Plattenmitte den Höhenordinaten der Verteilung des Kontaktdruckes an der freien Plattenecke zugrunde. Dies bedeutet, dass das Steifemodulverfahren Berührungsdruck ungeheurer Größe unter den Ecken der Gründung erwarten lässt, falls die Platte klein oder in der Mitte stark belastet ist. In diesem Fall genügt die einfache Annahme oder das Bettungsmodulverfahren. Das Bettungsmodulverfahren reicht auch aus, wenn der Untergrund aus einer dünnen, verdichteten Schicht über einer starren Basis besteht.

Die starre Platte 8 innerhalb der 4 Typen von äußerer Belastung zeigt, dass die Setzungswerte gleich und konstant sind in der gesamten Gründung (0.85 [cm]), ebenso ist die Verteilung des Kontaktdrucks bei allen 4 Arten gleich. Die einfache Annahme (lineare Sohldruckverteilung 1) mit den 4 verschiedenen äußeren Belastungen zeigt eine gleichmäßige Verteilung des Kontaktdrucks von $20 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ im Bereich der gesamten Gründung.

Die Konzentration der Setzungen in der Nachbarschaft zu den äußeren Lasten ist eine Folge des dort herrschenden hohen Kontaktdrucks bei der elastischen Platte, Verfahren 2, 5 und 7, Bilder 43 bis 45. Die Werte des Kontaktdrucks in der Nachbarschaft der Last sind bei der Verwendung der Verfahren 5 und 7 höher als beim Verfahren 2.

Die Bilder 50 und 51 zeigen nur geringe Unterschiede in den Momenten zwischen Verfahren 2 und den Verfahren 5 und 7 bei den Lastgeometrien (b) und (c). Trotzdem ist die Verteilung des Kontaktdrucks bei den 3 Verfahren nicht die gleiche.

Bei der Lastgeometrie (d) ist das maximale negative Moment klein für höhere Werte des Kontaktdrucks an den Plattenecken und groß für kleinere Werte des Kontaktdrucks. Daraus folgt, dass das maximale negative Biegemoment bei Verfahren 1 größer ist als bei den Verfahren 2, 5 und 7 (0).

Klar ist, dass das maximale Moment und die unterschiedliche Setzung der Lastgeometrie (c) und die minimalen der Lastgeometrie (a) zugrunde liegen. Die Tabellen 30 und 31 zeigen die minimale Setzung und den Sohldruck an den kritischen Knoten bei der Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren für die 4 Arten Lastgeometrie. Die Bilder 49 bis 52 erlauben einen Vergleich der Biegemomente im Bereich der kritischen Abschnitte für die Anwendung der verschiedenen Berechnungsverfahren.

Das Verfahren 5 ergibt größere Setzungen als Verfahren 7 aufgrund der vorgegebenen unendlichen Dicke der verdichteten Bodenschicht (Bilder 44 und 45). Der geringe Unterschied in den Ergebnissen der Verfahren 5 und 7 ist entsprechend der verdichteten Bodenschicht ziemlich dick ausgewählt ($z = L$). Für einen dicken, relativ festen Baugrund sollte man daher Verfahren 5 verwenden.

Wichtig ist zu erwähnen, dass die herkömmliche Methode 1 nicht von der Beschaffenheit des Bodens unter der Gründung abhängt. Es gibt auch keine Verträglichkeit zwischen Plattenverformungen und Bodensetzungen bei Anwendung dieser Methode. Der Einfluss benachbarter Bauwerke und äußerer Lasten kann nur beim Steifemodulverfahren 4 bis 8 in die Untersuchungen mit einbezogen werden. Der Einfluss von Bauwerkssteifigkeit und Temperaturwechsel wird bei der konventionellen Methode 1 nicht beachtet. Der Einfluss der Wiederbelastung kann nur bei den Schichtenmodellen 4, 6, 7, 8 berücksichtigt werden.

Das Ergebnis der Berechnung der Platte ändert sich nicht für Plattendicken von $d = d_{starr}$ bis $d = d_{\infty}$, also bei starren Platten auf elastischem Baugrund.

Als Ergebnis zu den Vergleichsberechnungen wird empfohlen, sicherheitshalber den Typ des Berechnungsverfahrens für die Plattengründung entsprechend der Aufstellung in der Tabelle 32 zu wählen.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 32 Empfohlene Berechnungsverfahren für unterschiedliche Baugrundverhältnisse und Bauwerkseinflüsse

Fall	empfohlenes Berechnungsverfahren
Annähernd gleichförmiger Last, verteilt über die gesamte Platte	Steifemodulverfahren 5 bis 8
Ecklasten	Bettungsmodulverfahren 2 bis 4
Kleine Gründungen	Einfache Annahme 1 oder Bettungsmodulverfahren 2 und 3
Dünne Schichten auf festem Baugrund	Bettungsmodulverfahren 2 und 3
Fundamente mit großer Last in der Plattenmitte	Einfache Annahme 1 oder Bettungsmodulverfahren 2 und 3
Untersuchung des Einflusses von benachbarten Gründungen	Bettungsmodulverfahren 4 Steifemodulverfahren 5 bis 9
Baugrund aus unterschiedlichem Bodenmaterial	Steifemodulverfahren 6 bis 9 für geschichteten Baugrund oder Bettungsmodulverfahren mit variablem Bettungsmodul 3 und 4
Untersuchung des Einflusses von Temperaturunterschieden	Bettungsmodulverfahren 2 bis 4 oder Steifemodulverfahren 5 bis 7
Untersuchung des Einflusses von Überbauten oder Bodensenkungen	Bettungsmodulverfahren 2 bis 4 oder Steifemodulverfahren 5 bis 9
Weiche Bodenschichten	Steifemodulverfahren für die Starre Platte 8
Große Dicke einer Bodenschicht	Steifemodulverfahren für Halbraum 5

Das Wort "Kontinuumsmodell" wird im Text und in den Beispielen verwendet für zwei verschiedene Begriffe:

- a) Steifemodulverfahren (Verfahren 4 bis 8)
- b) Annahme eines unendlich tiefen Halbraums ohne Schichtung (Verfahren 5)