

Beispiel 19: Auswertung der Iterationsverfahren**1 Aufgabenstellung**

Eine der Schwierigkeiten bei der Anwendung des Steifemodulverfahrens für praktische Probleme ist die lange Rechenzeit. Deshalb wird ein Beispiel gewählt, um Zeit und Genauigkeit zu vergleichen, die zur Berechnung benötigt werden. Dabei werden folgende 3 Berechnungsverfahren angewendet (Tabelle 27):

Tabelle 27 Berechnungsverfahren

Verfahren Nr.	Verfahren
4	Berechnung mit variablem iterativ verbessertem Bettungsmodul nach <i>Ahrens/ Winselmann</i> (1984)
6	Steifemodulverfahren nach <i>El Gendy</i> (1998): Lösung des Gleichungssystems 6 mit Iteration
7	Steifemodulverfahren: Lösung des Gleichungssystems 7 mit Elimination

Um die iterativen Verfahren im Programm *ELPLA* auszuwerten, wird eine Platte mit der Größe 10 [m] × 20 [m] und 0.6 [m] Dicke untersucht, wie im Bild 31 dargestellt.

2 Bodenkennwerte

Der Baugrund besteht aus zwei Schichten mit unterschiedlichen Bodenkennwerten. Die Steifemoduli der 2 Schichten sind $E_{s1} = 20\,000$ [kN/m²] und $E_{s2} = 100\,000$ [kN/m²]. Die zwei Schichten sind 5 [m] und 10 [m] dick und verlaufen horizontal. Die *Poissonzahl* wird mit $\nu_s = 0.0$ [-] für das Bodenmaterial angesetzt.

3 Materialkennwerte des Betons

Für Plattenmaterial gilt:

Elastizitätsmodul	E_b	= 2.6×10^7	[kN/m ²]
<i>Poissonzahl</i>	ν_b	= 0.15	[-]
Wichte	γ_b	= 0.0	[kN/m ³]

Das Eigengewicht des Betons wird in diesem Beispiel vernachlässigt.

4 Lasten

Es sind 15 symmetrisch verteilte Einzellasten auf die Platte vorhanden, wie im Bild 31 dargestellt. Jede der drei Innenstützen trägt eine Last von $P_3 = 1850$ [kN], jede der Randstützen trägt eine Last von $P_2 = 1200$ [kN], jede der Eckstützen trägt eine Last von $P_1 = 750$ [kN].

5 Lösung der Aufgabe

Die Platte wird in 1056 Elemente unterteilt. Dadurch ergeben sich 1125 Knotenpunkte der gesamten Platte mit 1125 Bodenknoten, wie im Bild 31 dargestellt. Bei dem gewählten System ist der Baugrund horizontal geschichtet. Ferner sind sowohl der Grundriss als auch die Lasten symmetrisch angeordnet. Diese Symmetrie wird in der Berechnung genutzt. Ein Viertel der Platte hat 299 Knoten, jeder Knoten hat drei Unbekannte (w , θ_x , θ_y). Es ergeben sich für die Berechnung 897 Gleichungen bei Verwendung des Verfahrens 7.

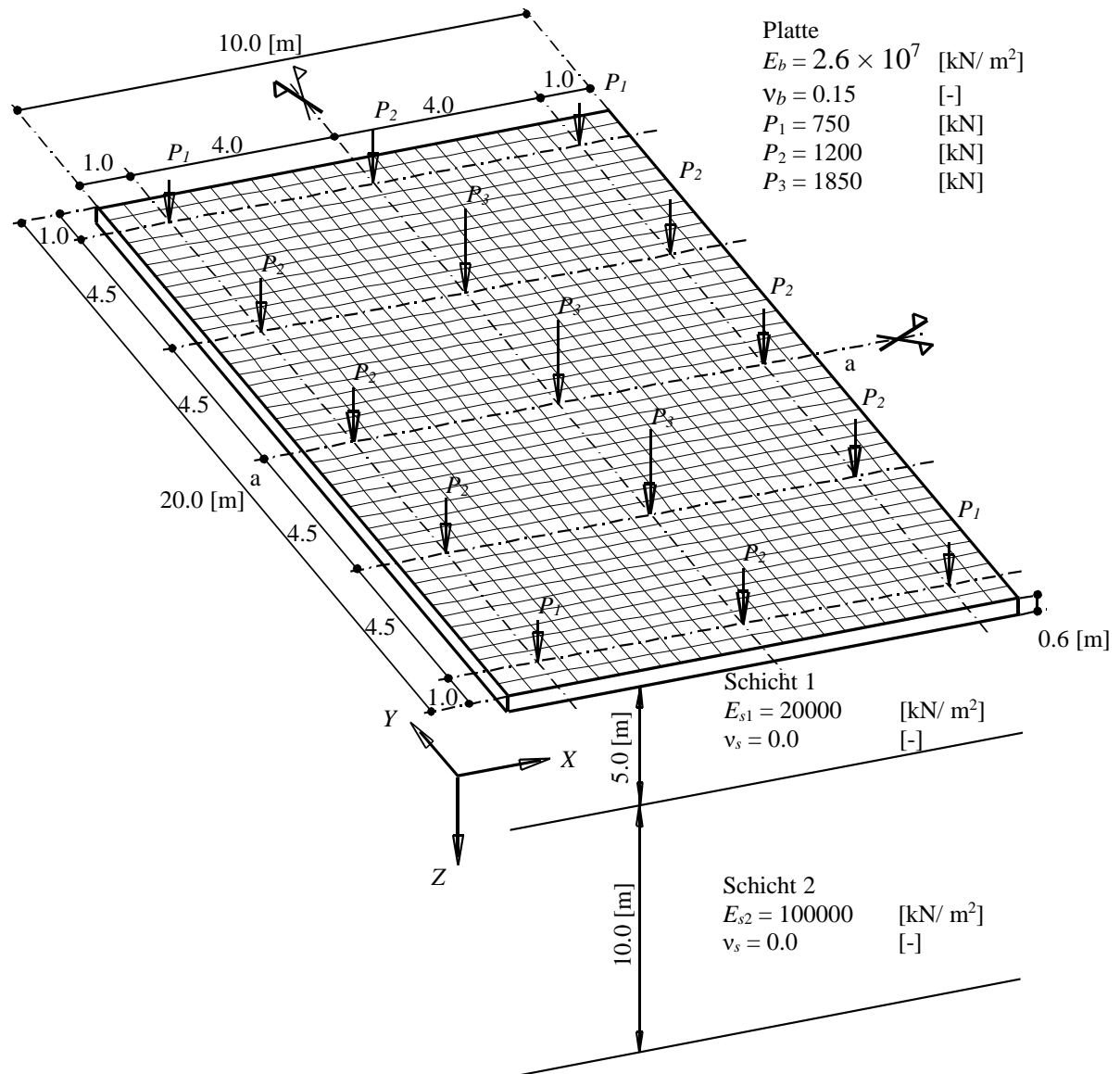


Bild 31 Grundriss der Platte, Belastung, FE-Netz und Schichtung des Baugrunds

6 Auswertung der Iterationsverfahren 6

Um die Konvergenz der Iterationsverfahren 6 aufzuzeigen, werden die Setzungen s , die Sohldrücke q und Momente m_x im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten geplottet (Bild 32 bis 34). Es ist zu bemerken, dass die Ergebnisse nach nur zwei Schritten erhalten werden. Auch der erste Schritt ergibt schon brauchbare Ergebnisse mit maximalen Setzungsfehlern von 2.9 [%].

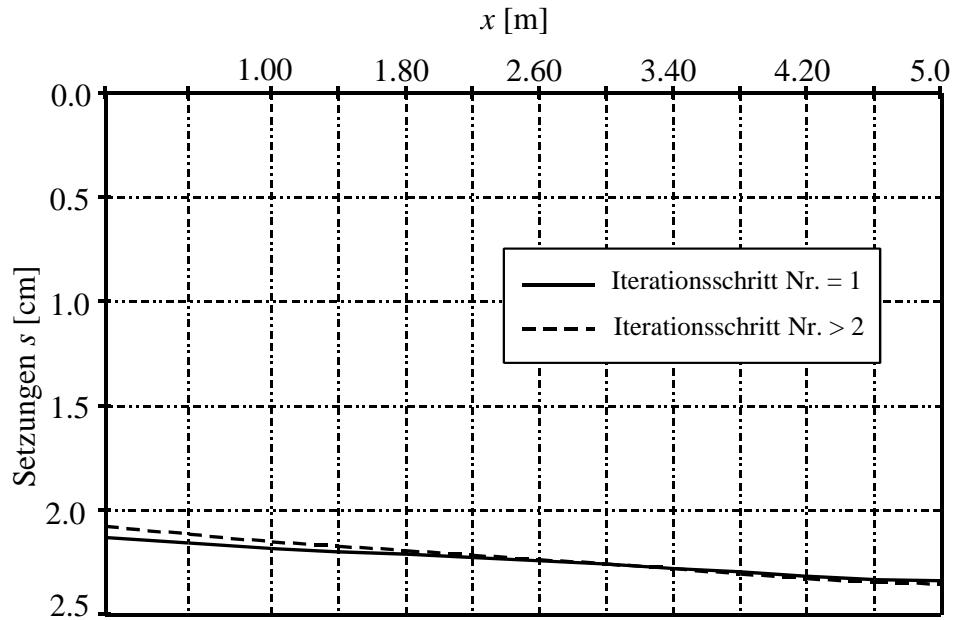


Bild 32 Setzungen s [cm] im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

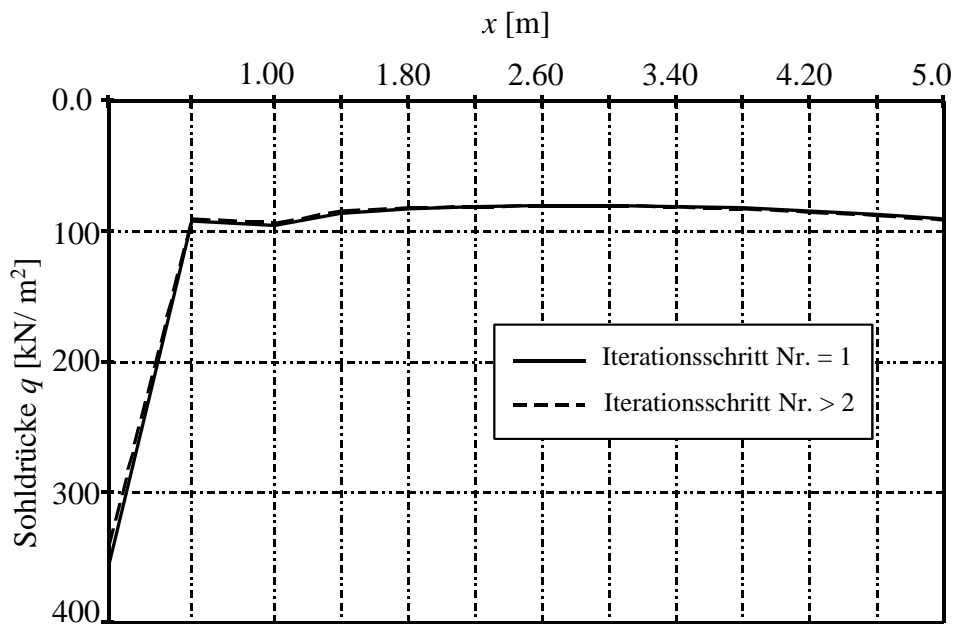


Bild 33 Sohldrücke q [kN/m²] im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten

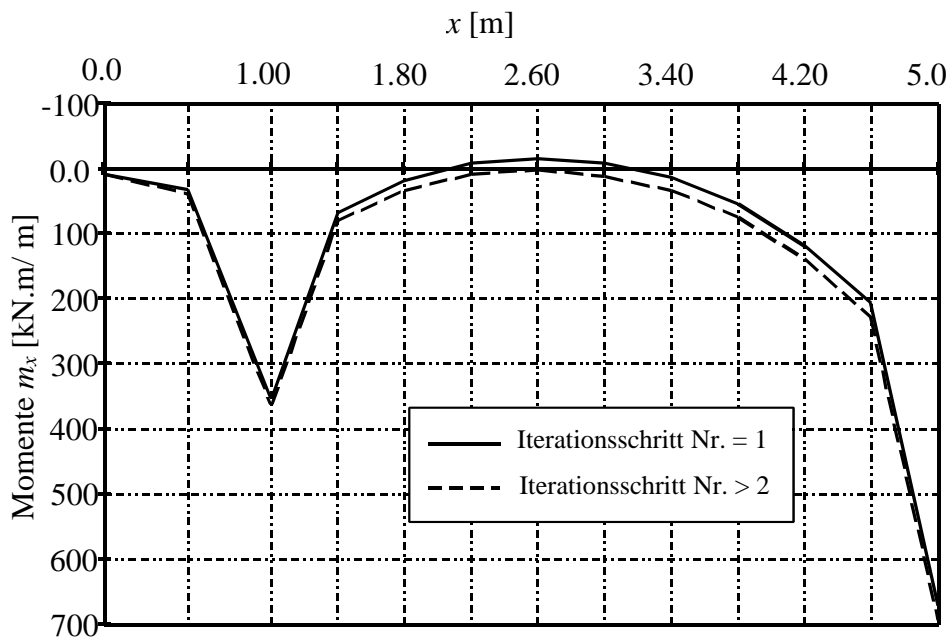


Bild 34 Momente m_x [kN.m/m] im Mittelschnitt a-a der Platte bei mehreren Iterationsschritten

7 Vergleich zwischen Iterationsverfahren 4 und 6

Um die Geschwindigkeit der Konvergenz der Iterationsverfahren 4 und 6 zu zeigen, wird ein Vergleich zwischen den zwei Iterationsverfahren für das Steifemodulverfahren durchgeführt. Die maximale Differenz zwischen der Setzung, die berechnet wird im Iterationsschritt i , und der Setzung im vorherigen Schritt $i-1$ wird bezeichnet als Genauigkeit für die beiden Iterationsverfahren 4 und 6. Die Iterationsschritt Nr. mit der Genauigkeit für die beiden Verfahren ist im Bild 35 geplottet. Dieses Bild zeigt, dass Verfahren 6 schneller konvergiert als Verfahren 4. Das Iterationsverfahren 6 braucht vier Iterationszyklen, während das Iterationsverfahren 4 65 Iterationszyklen braucht, um die gleiche Genauigkeitszahl zu erreichen.

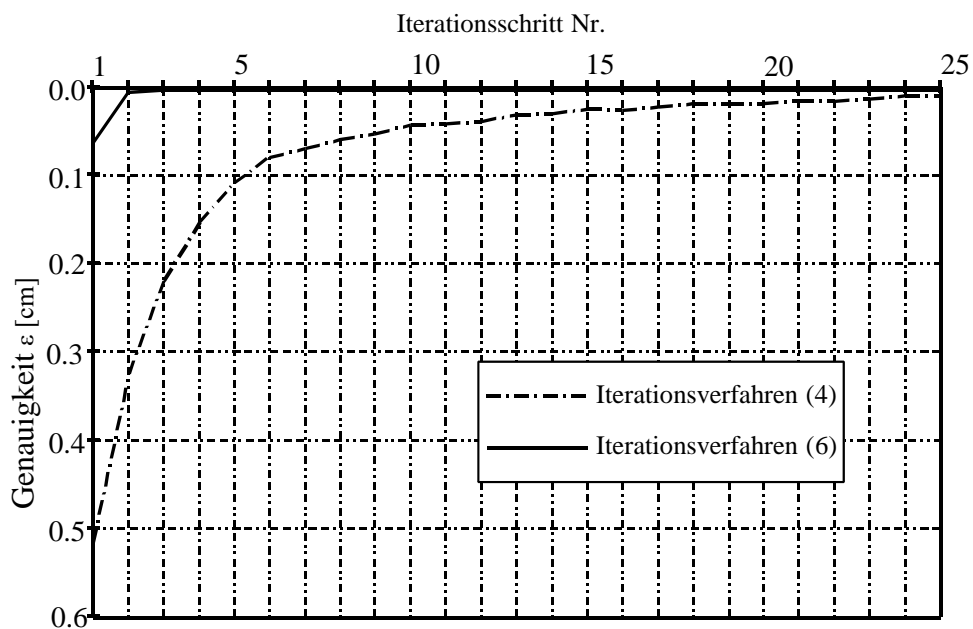


Bild 35 Iterationsschritt Nr. mit der erzielten Genauigkeit für die Iterationsverfahren 4 und 6

8 Bestimmung der erforderlichen Rechenzeit zur Berechnung der Platte

Tabelle 28 zeigt die Rechenzeit für die Berechnung der Platte bei Verwendung der Verfahren 4, 6 und 7. Die Genauigkeit wird auf $\varepsilon = 0.0016$ [cm] für die beiden Iterationsverfahren 4 und 6 festgelegt. Die Berechnung wird mit einem Computer Pentium 100 durchgeführt.

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

Tabelle 28 Bestimmung der Rechenzeit zur Berechnung der Platte (Computer Pentium 100)

Berechnungsverfahren		Verfahren 4	Verfahren 6	Verfahren 7
Anzahl der Iterationsschritte		65	4	-
Mittelpunktssetzung [cm]		2.31	2.31	2.31
CPU Zeit [Min] nötig für	Generierung der Steifigkeitsmatrix des Bodens	-	1.05	1.05
	Generierung der Plattensteifigkeitsmatrix	-	-	0.04
	Iterationsprozess	6.90	0.99	-
	Lösung des Gleichungssystem	-	-	11.30
	Gesamtzeit [Min]	6.90	2.04	12.39

Tabelle 28 zeigt, dass die Verfahren 4 und 6 nach wenigen Schritten des Iterationsprozesses zu schnellen Ergebnissen führen, dies gilt insbesondere für Verfahren 6.

Die so erhaltenen Setzungswerte im Plattenzentrum sind identisch mit denen des Verfahrens 7, bei dem das Gleichungssystem durch Elimination gelöst wurde.

Die Rechenzeiten mit einem Pentium 100 Computer zur Berechnung eines Viertels der Platte betragen 6.90, 2.04 und 12.39 Minuten bei Verwendung der Verfahren 4, 6 und 7. Daraus lässt sich schließen, dass man bei einer symmetrischen Platte die Vorteile der Symmetrie nutzen und nur einen Teil der Platte in seine Berechnungen einbeziehen sollte, um die Rechenzeit zu verkürzen.