

Beispiel 5: Überprüfung der Sofortsetzung eines belasteten Kreistanks auf geschichtetem Baugrund

1 Aufgabenstellung

Um das mathematische Modell des Programms *ELPLA* für die Berechnung der Sofortsetzung (elastische Setzung) einer belasteten Kreisfläche auf geschichtetem Baugrund zu überprüfen, werden die Sofortsetzungen im Zentrum eines Tanks von *Das* (1983), Beispiel 6.2, Seite 354, mit denen vom Programm *ELPLA* verglichen.

Ein Kreistank von 3.0 [m] Durchmesser wird betrachtet, wie im Bild 5 gezeigt. Es wird angenommen, dass die Basis des Tanks schlaff ist und einen gleichförmigen Sohldruck von $q = 100$ [kN/m²] hat. Eine Sandschicht 9.0 [m] dick befindet sich unter dem Tank. Der Elastizitätsmodul von Sand ist $E_s = 21000$ [kN/m²], während die *Poissonzahl* $\nu_s = 0.3$ [-] ist. Es soll die Sofortsetzung im Zentrum des Tanks für zwei Fälle bestimmt werden:

- a) Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bodens als eine Schicht von 9.0 [m] Dicke
- b) Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in drei Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

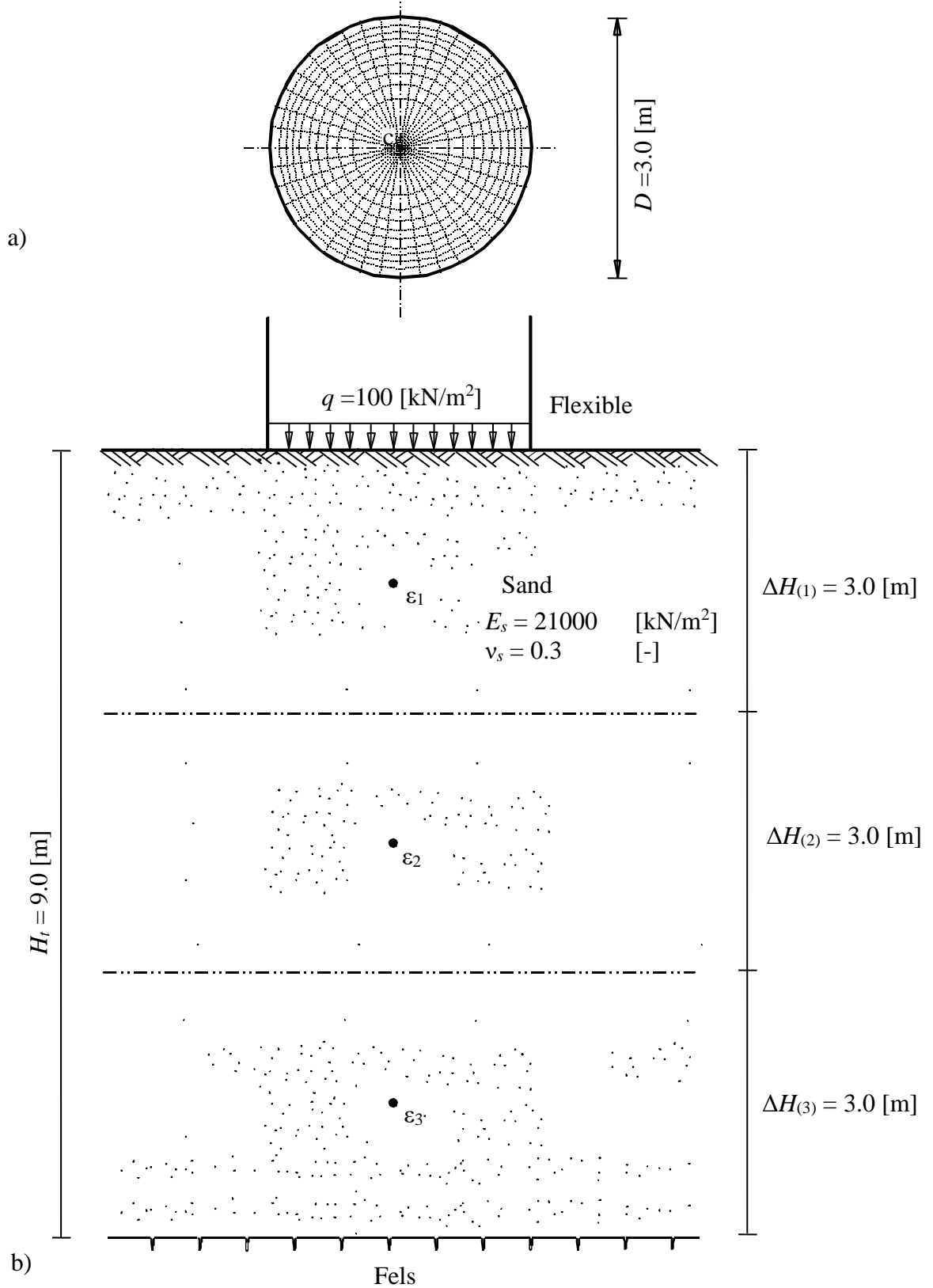


Bild 5

a) Grundriss des Tanks mit Abmessungen und FE-Netz
 b) Querschnitt durch den Baugrund unter dem Tank

2 Handberechnung der Sofortsetzung

Nach *Das* (1983) kann die Sofortsetzung unter dem Zentrum des Tanks mit Handberechnung wie folgt erhalten werden:

- a) Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bodens als eine Schicht von 9.0 [m] Dicke

Die Vertikalverschiebung s_e [m] unter dem Zentrum einer belasteten Kreisfläche in einer Tiefe z [m] von der Bodenoberfläche lässt sich ermitteln aus der Gleichung

$$s_e = q \frac{1+\nu_s}{E_s} r \left[\frac{z}{r} I_1 + (1-\nu_s) I_2 \right] \quad (6)$$

wobei:

- I_1, I_2 Koeffizienten [-] der Vertikalverschiebung (Funktion von z/r und s/r)
nach *Ahlin/ Ulery* (1962)
- ν_s *Poissonzahl* des Bodens [-]
- E_s Elastizitätsmodul des Bodens [kN/m²]
- r Radius der Kreisfläche [m]
- q Flächenlast [kN/m²]
- s Abstand vom Zentrum der Kreisfläche [m]

Setzung an der Bodenoberfläche $s_e(z=0)$

An der Bodenoberfläche $z/r = 0$ und $s/r = 0$. Dann, $I_1 = 1$ und $I_2 = 2$

$$s_{e(z=0)} = 100 \frac{1+0.3}{21000} 1.5 [0 + (1-0.3)2] = 0.013 [\text{m}]$$

Setzung in einer Tiefe $z = 9.0$ [m] von der Bodenoberfläche $s_e(z=9)$

Für $z/r = 9/1.5 = 6$ und $s/r = 0$. Dann, $I_1 = 0.01361$ und $I_2 = 0.16554$

$$s_{e(z=9)} = 100 \frac{1+0.3}{21000} 1.5 \left[\frac{9}{1.5} 0.01361 + (1-0.3)0.16554 \right] = 0.00183 [\text{m}]$$

Die Sofortsetzung s_e wird berechnet durch

$$s_e = s_{e(z=0)} - s_{e(z=9)} = 0.0130 - 0.00183 = 0.01117 [\text{m}]$$

Beispiele zur Überprüfung des Programms *ELPLA*

- b) Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in drei Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]

Eine andere allgemeine Methode zur Abschätzung der Sofortsetzung ist die Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in n Schichten von finiter Dicke $\Delta H_{(i)}$. Wenn die Stauchung $\varepsilon_{z(i)}$ an der Mitte jeder Schicht berechnet werden kann, ergibt sich die Gesamtsofortsetzung s_e [m] als

$$s_e = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta H_{(i)} \varepsilon_{z(i)} \quad (7)$$

Die Stauchung ε_z in der Mitte der Schicht errechnet sich mit

$$\varepsilon_z = q \frac{1 + \nu_s}{E_s} [(1 - 2\nu_s) A' + B'] \quad (8)$$

wobei:

A', B' Koeffizienten [-] der Vertikalverschiebung (Funktion von z/r und s/r)
nach *Ahlvin/ Ulery* (1962)

Schicht (1)

Für $z/r = 1.5/1.5 = 1$ und $s/r = 0$. Dann $A' = 0.29289$ und $B' = 0.35355$

$$\varepsilon_{z(1)} = 100 \frac{1+0.3}{21000} [(1-2 \times 0.3) 0.29289 + 0.35355] = 0.00291 [\text{m}]$$

Schicht (2)

Für $z/r = 4.5/1.5 = 3$ und $s/r = 0$. Dann $A' = 0.05132$ und $B' = 0.09487$

$$\varepsilon_{z(2)} = 100 \frac{1+0.3}{21000} [(1-2 \times 0.3) 0.05132 + 0.09487] = 0.00071 [\text{m}]$$

Schicht (3)

Für $z/r = 7.5/1.5 = 5$ und $s/r = 0$. Dann $A' = 0.01942$ und $B' = 0.03772$

$$\varepsilon_{z(3)} = 100 \frac{1+0.3}{21000} [(1-2 \times 0.3) 0.01942 + 0.03772] = 0.00028 [\text{m}]$$

Die letzten Schritte in der Berechnung sind in der Tabelle 5 gelistet.

Tabelle 5 Letzte Schritte in der Berechnung der Sofortsetzung s_e

Schicht Nr.	Dicke der Schicht $\Delta H_{(i)}$ [m]	Stauchung Zentrum der Schicht $\varepsilon_{z(i)}$ [-]	Sofortsetzung $s_{e(i)}$ [m]
1	3.0	0.00291	0.00873
2	3.0	0.00071	0.00213
3	3.0	0.00028	0.00084
Gesamtsofortsetzung $s_e = 3$			0.0117

3 Sofortsetzung mit dem Programm *ELPLA*

Der Tank ruht auf einer Schicht von Sand. Allerdings genügt es im Programm *ELPLA*, die Sandschicht als ein Ganzes zu berücksichtigen, aber die Sofortsetzung soll zweimal berechnet werden. Die erste Berechnung erfolgt mit Berücksichtigung des zugrunde liegenden Bodens als eine Schicht von 9.0 [m] Dicke. Die zweite Berechnung mit Unterteilung des zugrunde liegenden Bodens in drei Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]. Die Sofortsetzung unter dem Zentrum des Tanks in beiden Fällen der Berechnungen wird mit denen von *Das* (1983) in der Tabelle 6 verglichen. Der Sohldruck des Tanks in diesem Beispiel ist bekannt, es wird auch die Tankbasis als schlaff berücksichtigt. Deshalb kann das verfügbare Verfahren "Schlaffe Platte 9" im Programm *ELPLA* hier verwendet werden, um die Sofortsetzung der Sandschicht zu bestimmen.

Tabelle 6 Vergleich der Sofortsetzungen s_e [cm] aus dem Programm *ELPLA* mit denen von *Das* (1983)

Berechnung	s_e [cm]	
	<i>Das</i> (1983)	<i>ELPLA</i>
Eine Schicht von 9.0 [m] Dicke	1.117	1.115
3 Schichten mit gleicher Dicke von 3.0 [m]	1.170	1.115

Tabelle 6 zeigt, dass die Ergebnisse der Sofortsetzung vom Programm *ELPLA* und die von *Das* (1983) für die beiden Fälle gut übereinstimmen.