

Beispiel 6.1 Berechnung der Gründungsplatte eines Hochhauses

1 Aufgabenstellung

In diesem Beispiel wird der Einfluss der Biegesteifigkeit des Überbaues auf die Setzungen und Sohldrücke der Gründungsplatte eines Hochhauses untersucht.

Es soll die Gründungsplatte des in Bild 6.6 in 3 Schnitten vereinfacht dargestellten Bauwerks berechnet werden. Es handelt sich um einen Stahlbetonskelettbau mit Keller und 13 Geschossen (Geschosshöhe 3 [m]) bei 18 Feldern mit je 3.6 [m] Stützenabstand. Die gesamte Bauwerkslänge beträgt 66 [m], die Gesamtbreite des Kellerfußbodens 17.55 [m]. Die Plattendicke ist 1.2 [m]. In den nachfolgenden Untersuchungen soll die Gründungsplatte unter Berücksichtigung der Untergrundverhältnisse ermittelt und eine vorläufige Abschätzung der Bauwerksverformungen vorgenommen werden. Es folgt dann die Berechnung der Setzungen und Sohldrücke, wobei Vergleichsberechnungen für vier Fälle durchgeführt werden:

- 1) Für die nicht ausgesteifte Sohlplatte
- 2) Für das Verbundsystem Sohlplatte-Keller
- 3) Für das Verbundsystem Sohlplatte-Keller-Hochbau
- 4) Für die völlig starre Sohlplatte

Die Eigensteifigkeit des Bauwerksystems in Längsrichtung ist aus den Zahlenangaben der Bilder 6.6 und 6.7 zu berechnen.

2 Untergrund

Nach dem in Bild 6.7 dargestellten Schichtenbild besteht der Untergrund bis in 11.6 [m] Tiefe unter Gelände aus einer sandigen Tonschicht mit einem Steifemodul $E_s = 14\,000$ [kN/m²]. Unter der sandigen Tonschicht steht in 11.60 [m] Tiefe praktisch unachgiebiger Sandsteinfels in großer Mächtigkeit an. Die Setzungsanteile aus der Wiederbelastung des Bodens werden vernachlässigt. Die Gründungstiefe unter der ursprünglichen Geländehöhe beträgt 3.80 [m]. Als Baugrundmodell wird das Steifemodulverfahren verwendet.

3 Materialkennwerte des Betons

Für das Bauwerksmaterial gilt:

$$\text{Elastizitätsmodul } E_b = 2.1 \times 10^7 \quad [\text{kN/m}^2]$$

$$\text{Poissonzahl } \nu_b = 0.25 \quad [-]$$

$$\text{Wichte } \gamma_b = 0.0 \quad [\text{kN/m}^3]$$

Das Eigengewicht wird in diesem Beispiel vernachlässigt.

4 Lasten

Laut statischer Berechnung des aufgehenden Bauwerks ergeben sich bei der vorläufigen Annahme starrer Auflagerung des aufgehenden Bauwerks auf den Gründungkörper für die zweimal 17 Stützen der Außenwände je 2700 [kN] Stützenlast und für die zweimal 17 Stützen seitlich des Mittelganges je 2500 [kN] Belastung auf den Gründungkörper. Für die vier Eckenstützen ergeben sich je 1350 [kN], für vier Randstützen je 1250 [kN] Stützenlast. Die Lasten mit FE-Netz der Platte werden im Bild 6.8 gezeigt.

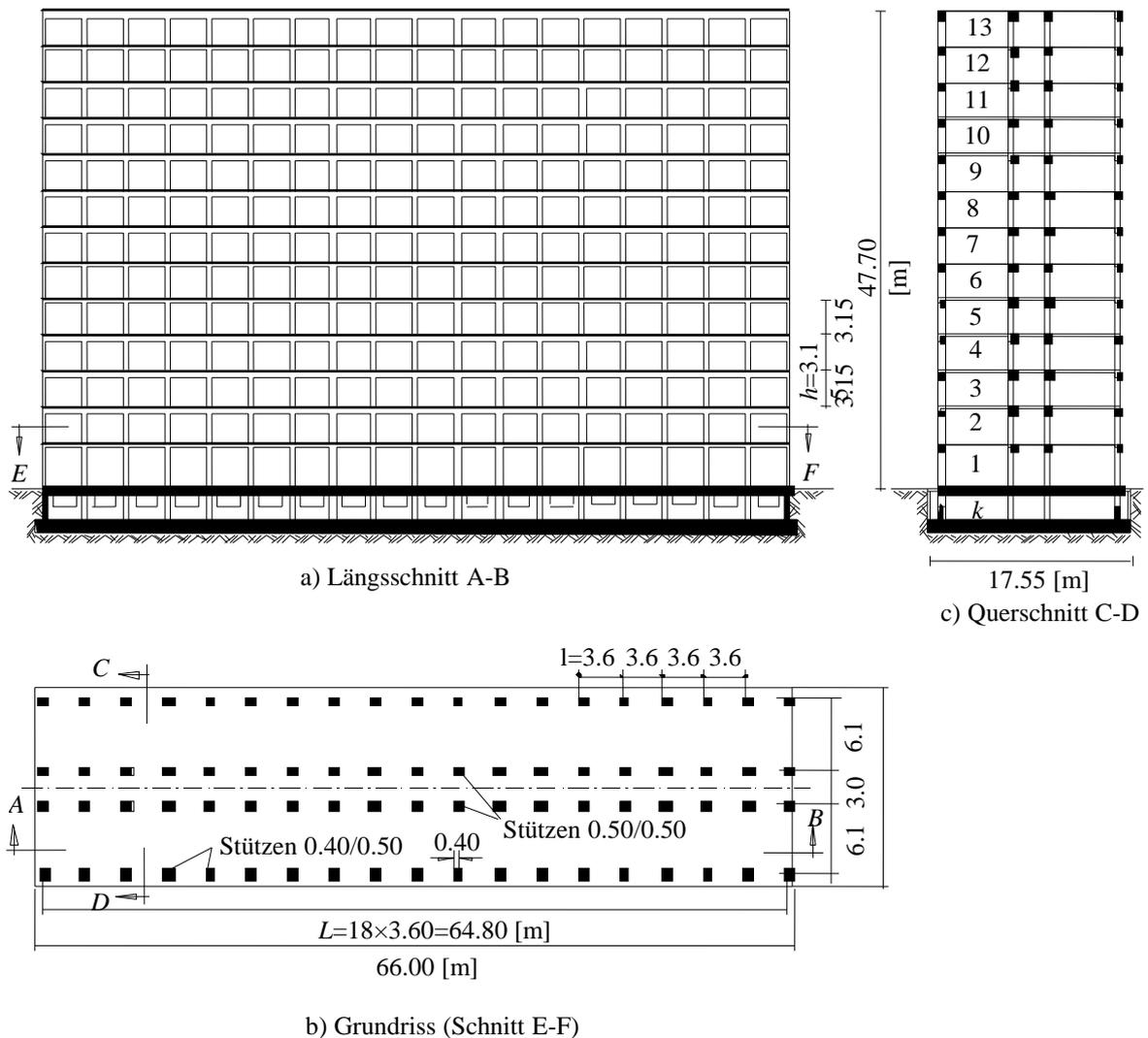


Bild 6.6 Darstellung der Bauwerksverhältnisse

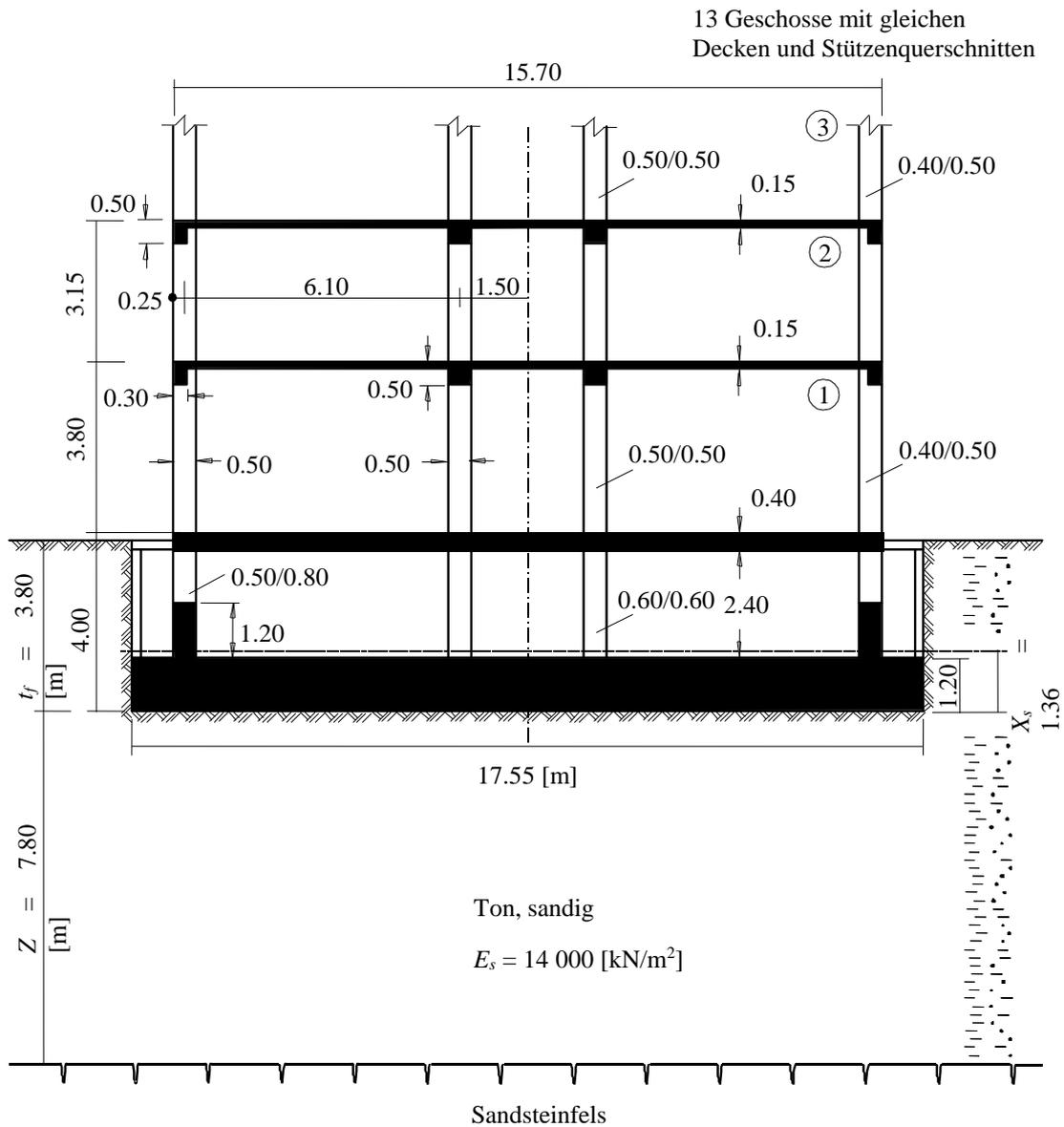


Bild 6.7 Untergrundverhältnisse und Abmessungen des Fundamentkörpers
der Decken und Stützen (Querschnitte)

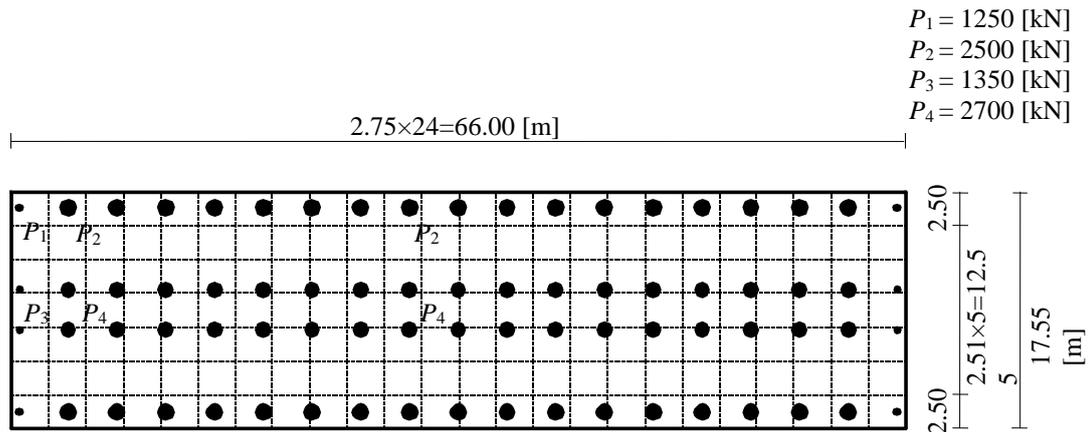


Bild 6.8 FE-Netz der Platte mit Lasten

5 Lösung der Aufgabe

5.1 Berechnung für die nicht ausgesteifte Sohlplatte

Werden zunächst die Setzungen und Sohldrücke unter der Voraussetzung berechnet, dass außer der Eigensteifigkeit der Sohlplatte (Dicke $d = 1.2$ [m]) keine anderweitige Aussteifung wirksam ist, so erhält man die Biegesteifigkeit der Platte aus K_G

$$K_G = E_G I_G = E_G \frac{B d^3}{12} = 2.1 \times 10^7 \frac{17.55(1.2)^3}{12} = 5.31 \times 10^7 \text{ [kN/m}^3\text{]}$$

und Systemsteifigkeit K_{st}

$$K_{st} = 12 K_s = \frac{E_b}{E_s} \left(\frac{d}{L_f} \right)^3 = \frac{2.1 \times 10^7}{14000} \left(\frac{1.2}{66} \right)^3 = 0.009[-]$$

Die Platte ist schlaff nach Tabelle 6.1, $0.01 > K_{st}$.

5.2 Berechnung für das Verbundsystem Sohlplatte-Keller

Die Voraussetzung, dass die Sohlplatte, die Kellerwände und die Kellerdecke einen biegesteif verbundenen Querschnitt darstellen, ist bei entsprechender Ausbildung und Bewehrung des Kellersystems und starrer Verbindung mit der Fundamentplatte erfüllt. Legt man den in Bild 6.7 dargestellten Querschnitt der folgenden Berechnung zugrunde, so erhält man für diesen Gründungskörper folgende Höhe x_s der waagerechten Schwerlinie

$$x_s = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{(17.55 \times 1.2 \times 0.6) + (2 \times 0.5 \times 1.2 \times 1.8) + (0.4 \times 15.7 \times 3.8)}{(17.55 \times 1.2) + (2 \times 0.5 \times 1.2) + (0.4 \times 15.7)} = 1.36 \text{ [m]}$$

Damit ergibt sich als Trägheitsmoment I_G des Gründungssystems nach dem *Steinerschen* Satz

$$I_G = \left(\frac{17.55 \times (1.2)^3}{12} + 17.55 \times 1.2 \times (0.76)^2 \right) + 2 \left(\frac{0.5 \times (1.2)^3}{12} + 0.5 \times 1.2 \times (0.44)^2 \right) \\ + \left(\frac{15.70 \times (0.4)^3}{12} + 15.7 \times 0.4 \times (2.44)^2 \right) = 52.54 [\text{m}^4]$$

Damit ist die Bauwerkssteifigkeit K_G

$$K_G = E_G I_G = 2.1 \times 10^7 \times 52.4 = 110.33 \times 10^7 \text{ [kN/m}^3\text{]}$$

Die ideelle Plattendicke d_i ist dann

$$d_i = \sqrt[3]{\frac{12 I}{B}} = \sqrt[3]{\frac{12 \times 52.54}{17.55}} = 3.3 [\text{m}]$$

und Systemsteifigkeit K_{st}

$$K_{st} = 12 K_s = \frac{E_b}{E_s} \left(\frac{d}{L_f} \right)^3 = \frac{2.1 \times 10^7}{14000} \left(\frac{3.3}{66} \right)^3 = 0.1875 [-]$$

Die Platte ist steif nach Tabelle 6.1, $0.2 > K_{St} \geq 0.1$.

5.3 Berechnung für das Verbundsystem Sohlplatte-Keller-Hochbau

Dieses Bauwerkssystem besteht aus dem unter Ziffer 5.2 berechneten System Sohlplatte-Keller, auf das der aufgehende Hochbau (13 Stockwerke, 18 Felder) statisch unbestimmt aufgelagert ist. Dadurch wird er einerseits zur Fortleitung der Querkräfte hinzugezogen und bewirkt andererseits eine zusätzliche Versteifung des Systems in der Längsrichtung. Dieser Einfluss soll in den nachfolgenden Berechnungen untersucht werden.

Es wird angenommen, dass nur die Rahmenwirkung der Stockwerkrahmen wirksam ist und ein wesentlicher Beitrag der Füllwände zur Aussteifung nicht besteht. Zunächst werden die Steifigkeitszahlen K der Decke und Stützen bestimmt.

Trägheitsmoment der Decke I_r

Nach Beton-Kalender (1957), Seite 47 oder *El Behairy* (1992), Seite 17 erhält man

$$\begin{aligned}\frac{\sum b_o}{b} &= \frac{2(0.3+0.5)}{15.7} = \frac{1.6}{15.7} = 0.102, \\ \frac{d}{d_o} &= \frac{0.15}{0.5} = 0.3, \\ \mu &= 0.0193 \\ I_r &= \mu b d_o^3 = 0.0193 \times 15.7 \times (0.5)^3 = 0.0379 [\text{m}^3]\end{aligned}$$

Mittlere Biegesteifigkeit der Decke K_r

$$K_r = \frac{I_r}{l} = \frac{0.0379}{3.6} = 0.01053 [\text{m}^3]$$

Trägheitsmoment der Stützen I_s

Die Stützen sind 2 Mittelstützen mit Querschnitt 0.5×0.5 [m] und 2 Außenstützen mit Querschnitt 0.5×0.4 [m].

$$I_s = 2 \left(\frac{0.5 \times 0.5^3}{12} + \frac{0.5 \times 0.4^3}{12} \right) = 0.01575 [\text{m}^4]$$

Mittlere Steifigkeit der Stützen K_s

$$K_s = \frac{I_s}{h} = \frac{0.01575}{3.15} = 0.005 [\text{m}^3]$$

Da alle Decken und Stützen gleiche Querschnitte haben sollen, erhält man als wirksames Trägheitsmoment I_B des Stockwerkrahmens nach *Meyerhof* (1953)

$$I_B = I_r n_s n_s^2 \frac{2 K_s}{K_r + 2 K_s} = 0.0379 \times 13 \times 18^2 \frac{2 \times 0.005}{0.01053 + 2 \times 0.005} = 77.76 [\text{m}^4]$$

Biegesteifigkeit des Überbaus K_B

$$K_B = E_B I_B = 2.1 \times 10^7 \times 77.76 = 163.29 \times 10^7 [\text{kN/m}^3]$$

Biegesteifigkeit des gesamten Bauwerks K_b

$$K_b = K_G + K_B = 110.33 \times 10^7 + 163.29 \times 10^7 = 273.62 \times 10^7 [\text{kN/m}^3]$$

Ideelles Trägheitsmoment des Bauwerks I

$$I = \frac{K_b}{E_b} = \frac{273.62 \times 10^7}{2.1 \times 10^7} = 130.3 [\text{m}^4]$$

Ideelle Plattendicke d_i

$$d_i = \sqrt[3]{\frac{12I}{B}} = \sqrt[3]{\frac{12 \times 130.3}{17.55}} = 4.46 [\text{m}]$$

und Systemsteifigkeit K_{st}

$$K_{st} = 12 K_s = \frac{E_b}{E_s} \left(\frac{d}{L_f} \right)^3 = \frac{2.1 \times 10^7}{14000} \left(\frac{4.46}{66} \right)^3 = 0.463 [-]$$

Die Platte ist sehr steif nach Tabelle 6.1, $1.0 > K_{st} \geq 0.4$.

5.4 Berechnung für die völlig starre Platte

Zur Abschätzung des Einflusses der Versteifung durch das Bauwerk wird nun der Extremwert der Steifigkeit, die völlig starre Sohlplatte berechnet. Für diese ist die Plattendicke $d = \infty$, während die Biegesteifigkeit der Platte $K_G = \infty$ ist.

Die Ergebnisse sind in den Bildern 6.6 und 6.10 als Setzungen und Sohldrücke dargestellt. Die Setzungen und Sohldrücke werden mit ideeller Plattendicke d_i gerechnet. Ferner werden nachfolgend die Ergebnisse zu Beispiel 6.1 in Tabellenform wiedergegeben. Die Ergebnisse der Bauwerkssteifigkeit für 4 unterschiedliche Berechnungen werden in Tabelle 6.3 gezeigt, sodass man die Unterschiede gut erkennen kann.

6 Schlussfolgerungen

Die Untersuchungen zeigen, dass die Ergebnisse mit dem Einfluss der Bauwerksteifigkeit anders sind. Im Übrigen zeigt das Zahlenbeispiel einen Weg, wie man auch bei komplizierten Bauwerkssystemen die Setzungen und Sohldruckaufnahme auf den Untergrund berechnen kann.

Tabelle 6.3 Ergebnisse der Bauwerkssteifigkeit für 4 unterschiedliche Berechnungen

Berechnung	Trägheitsmoment I [m ⁴]	Biegesteifigkeit $K = E_b I$ [kN/m ³]	ideelle Plattendicke d_i [m]	Systemsteifigkeit K_{St} [1]	Grad der Systemsteifigkeit
nicht ausgesteifte Sohlplatte	2.53	5.31×10^7	1.20	0.009	schlaff $0.01 > K_{St}$
Verbundsystem Sohlplatte-Keller	52.54	110.33×10^7	3.30	0.1875	steif $0.2 > K_{St} \geq 0.1$
Verbundsystem Sohlplatte-Keller-Hochbau	130.30	273.62×10^7	4.46	0.463	sehr steif $1.0 > K_{St} \geq 0.4$
völlig starre Sohlplatte	∞	∞	∞	∞	starr $K_{St} \geq 1.0$

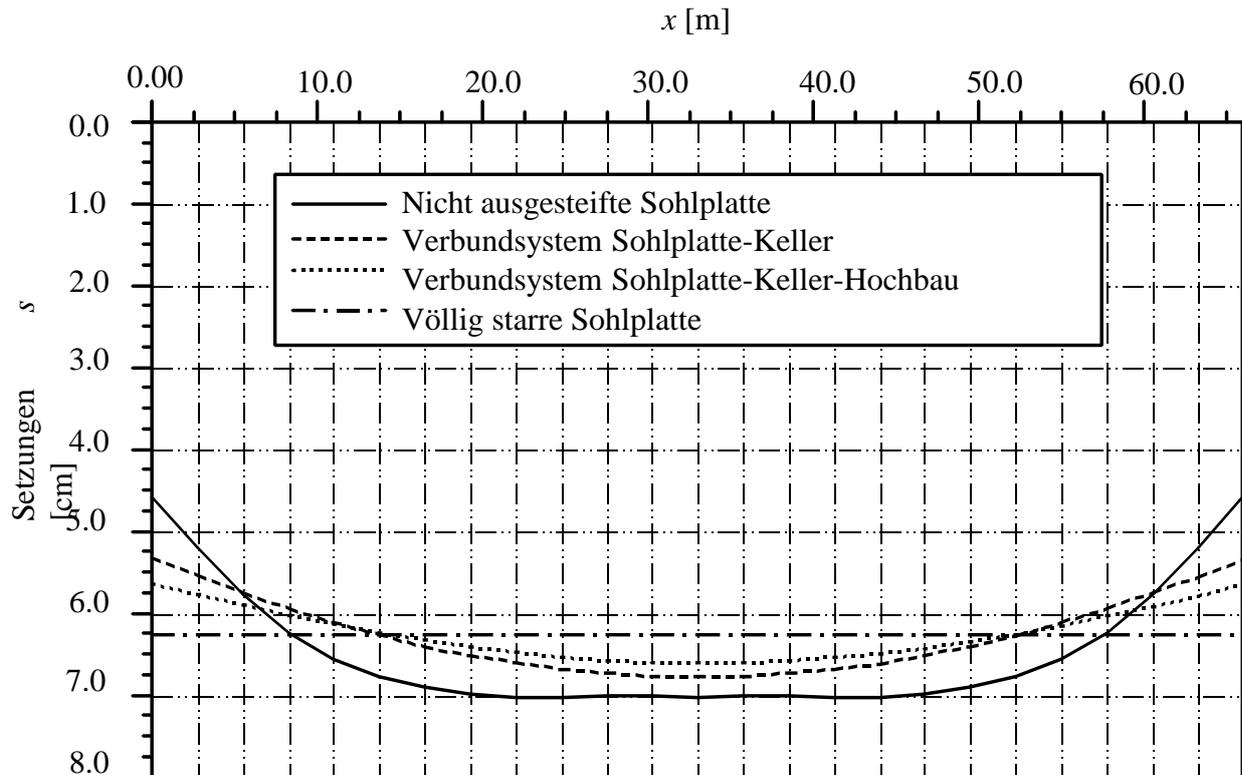


Bild 6.9 Setzungen s [cm] in Längsrichtung in der Mitte des Bauwerks

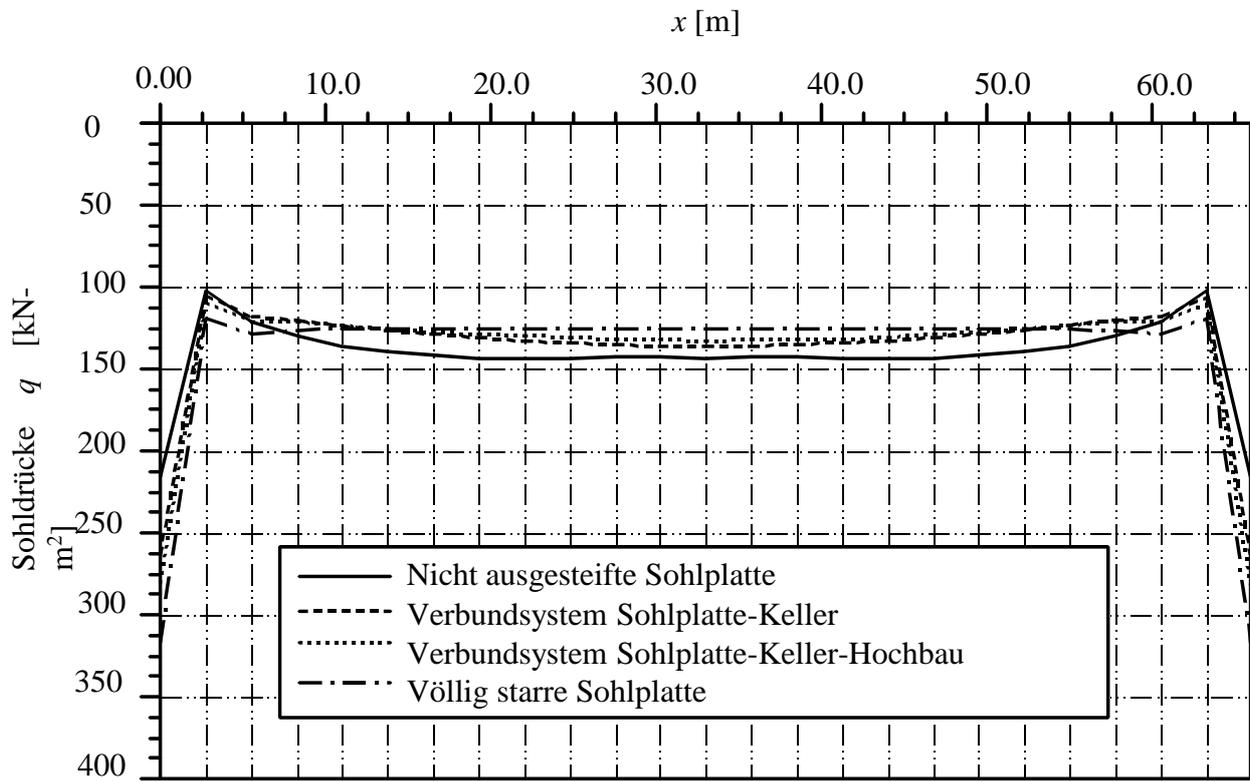


Bild 6.10 Sohldrücke q [kN/m^2] in Längsrichtung in der Mitte des Bauwerks